

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES
DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE TITRE DE DOCTEUR-INGÉNIEUR

PAR

Ahmed Yassin BOURGHLI

1^{ère} THÈSE. — " Recherche sur le flambement de poteaux en béton armé sous charges d'excentricités différentes aux deux extrémités ".

2^e THÈSE. — Propositions données par la Faculté.
" Énergie · Exergie, Application au bilan des centrales thermiques. "

Soutenues le 24 - 4 - 1971 devant la Commission d'examen.

MM. SIESTRUNCK *Président.*

VICHNIEVSKY	}	<i>Examineurs.</i>
ROBINSON		
FOURÉ		

0,0 - TABLE DES MATIERES

0,1 - Table des tableaux	IV
0,2 - Table des figures	V
0,3 - Notations	VII
0,4 - Résumé	IX
1 - INTRODUCTION	I
2 - ETUDE THEORIQUE	2
2,1 - Définition du flambement	2
2,2 - Etudes et essais antérieurs	2
2,3 - Méthode de calcul proposée	5
2,31 - Représentation géométrique des conditions d'équilibre	5
2,32 - Etude générale sur la courbe représentative de la déformée du poteau	8
2,321 - Hypothèse de base	8
2,322 - Conclusion quant au domaine d'application de l'hypothèse de base.	9
2,33 - Relation entre l'excentricité et la courbure dans la section la plus sollicitée	10
2,331 - Section la plus sollicitée	10
2,332 - Relation entre l'excentricité et la courbure	11
2,333 - Représentation graphique de la relation $\frac{1}{r} = f(e)$	13
2,34 - Quelques conséquences	13
2,4 - Programme de calcul sur ordinateur	15
2,41 - Principe	15
2,42 - Entrées et sorties du programme	17



3 - ETUDE EXPERIMENTALE	18
3,1 - Programme des essais	18
3,2 - Description des corps d'épreuve	18
3,3 - Dispositif d'essai	19
3,4 - Exécution des essais	19
3,41 - Chargement	19
3,42 - Mesures	20
3,421 - Mesure des charges appliquées	20
3,422 - Mesure des flèches	20
3,423 - Mesure des déformations en surface du béton	20
3,5 - Présentation des résultats expérimentaux	21
3,51 - Comportement des poteaux	21
3,52 - Charges de rupture expérimentales	22
3,53 - Détermination des flèches et des excentricités totales	23
4 - DISCUSSION ET INTERPRETATION DES RESULTATS	24
4,1 - Généralités	24
4,2 - Déformée sinusoïdale du poteau chargé	24
4,3 - Exploitation du programme de calcul	26
4,4 - Résultats du calcul des poteaux sous charge excentrée	27
4,41 - Charge ultime	27
4,42 - Excentricité maximale sous la charge ultime	27
4,43 - Position de la section la plus sollicitée sous charge ultime	28
4,5 - Comparaison des différents cas de calcul	28
5 - CONFRONTATION A D'AUTRES RESULTATS D'ESSAIS	29
6 - RESULTATS D'ENSEMBLE CONCERNANT LE CALCUL DE LA CHARGE ULTIME	29
7 - CONCLUSION	30
REFERENCES.	32



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552011_0003

0,1 - TABLE DES TABLEAUX

N°	Titre du tableau	Page
1	Résultats numériques de la relation excentricité Courbure pour quelques valeurs du rapport e_i/e_s	33
2	Résultats des essais sur le béton des éprouvettes de contrôle	34
3	Charge d'apparition des premières fissures N_f	35
4	Charge de rupture expérimentale et position de la section de rupture.	36
5	Résultats de y_{exp}/y_{aj} et leurs moyennes	37
6	Rapports de N_{exp}/N_{cal} et leurs moyennes	38
7	Rapports de e_{exp}/e_{cal} et leurs moyennes	39
8	Rapports de l_{iexp}/l_{ical} et leurs moyennes	40
9	Résultats des cinq cas de calcul	41
10	Caractéristiques mécaniques et géométriques des essais étrangers	42
11	Résultats de calcul des essais étrangers	43

0,2 - TABLE DES FIGURES

N°	Titre de la figure	Page
1	Poteau sous charge avec excentricités différentes aux deux extrémités.	44
2	Courbe représentative (c) de la relation entre l'excentricité et la courbure.	45
3	Allure générale d'une ligne de niveau $N = Cte$	46
4	Limite du domaine de résistance de la section d'un poteau en béton armé.	47
5	Equilibre ultime d'un poteau sous charge avec excentricités différentes aux deux extrémités	48
6	Représentation graphique de la déformée par un arc de sinussoïde.	49
7	Représentation graphique de la relation excentricité - courbure pour diverses valeurs du rapport e_i / e_s	50
8	Etude graphique des conditions d'équilibre ultime quand le rapport e_i / e_s varie.	51
9	Comparaison graphique des conditions d'équilibre dans le cas $e_i / e_s = 1$	52
10	Conditions d'équilibre ultime dans la cas $e_i / e_s = -1$	53
11	Influence de l'élanement dans le cas $e_i / e_s = -1$	54
12	Section doublement symétrique - Etat de déformation	55
13	Ferraillage des poteaux	56
14	Diagramme contraintes-déformations du béton.	57
15	Plan de position du poteau et des deux niveaux	58
16	Emplacement des mires	59
17	Evolution de la fissuration du poteau DB 10	60
18	" " " " DB 10	61
19	Rupture du poteau DB 12	62
20	Evolution de la fissuration du poteau DB 14	63
21	" " " " DB 16	64

22	Représentation graphique de la charge N_{exp} en fonction du rapport des excentricités e_i/e_s	65
23	Représentation graphique de la charge N_{exp} en fonction de l'excentricité relative e_s/h_t	66
24	Représentation graphique de ℓ_{iexp}/ℓ en fonction de e_i/e_s	67
25	Représentation graphique de ℓ_{iexp}/ℓ en fonction de e_s/h_t	68
26	Evolution de la flèche du poteau DB 10	69
27	Détermination graphique de l'amplitude maximale y_M pour le poteau DB 6	70
28	Excentricités expérimentales et sinusoïde "AJUSTEE".	71
29	Histogramme des rapports N_{exp}/N_{cal}	72
30	Influence de l'élancement λ sur le rapport $\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$	73
31	Influence du pourcentage des aciers ω sur le rapport N_{exp}/N_{cal}	74
32	Influence de la résistance du béton σ_j sur le rapport N_{exp}/N_{cal}	75
33	Influence de l'excentricité relative e_s/h_t sur le rapport N_{exp}/N_{cal}	76
34	Influence du rapport des excentricités e_i/e_s sur le rapport N_{exp}/N_{cal}	77

0.3 - NOTATIONS.

B	Aire totale de la section transversale du poteau constituée du béton seul.
E	Module d'élasticité de YOUNG.
E_a	Module d'élasticité de l'acier.
E_o	Module tangent initial du béton à l'origine.
E_t	Module tangent du béton sous la contrainte σ' .
e	Excentricité maximale de la section la plus sollicitée.
e_{inx}	Excentricité initiale à l'abscisse x .
e_i	Excentricité inférieure initiale de l'effort normal.
e_s	Excentricité supérieure initiale de l'effort normal.
e_o	Excentricité initiale uniforme de l'effort normal.
f	Flèche du poteau due au chargement.
h	Hauteur utile de la section transversale du poteau
h_t	Hauteur totale de la section transversale du poteau.
I	Moment d'inertie d'une section par rapport à l'axe passant par son centre de gravité, et perpendiculaire au plan de flambement.
i	Rayon de giration de la section transversale du poteau.
ℓ	Longueur entre articulations d'un poteau
ℓ_i	Distance de la section de rupture à l'extrémité inférieure ou du sommet de la sinusoïde à l'extrémité inférieure.
ℓ_s	Distance de la section de rupture à l'extrémité supérieure ou du sommet de la sinusoïde à l'extrémité supérieure.
L	Longueur de la demi-onde d'une sinusoïde.
M	Moment fléchissant des efforts dans la section la plus sollicitée.

N	Charge quelconque ou résultante des contraintes normales sur une section droite.
N_u	Charge ultime
N_{cal}	Charge ultime calculée.
N_{exp}	Charge ultime expérimentale.
P_e	Charge de flambement d'EULER.
P_t	Charge de flambement d'ENGESSER.
$1/r$	Courbure maximale.
y	Amplitude courante de la sinusoïde à l'abscisse x .
y_{aj}	Amplitude de la sinusoïde ajustée à l'abscisse x .
y_M	Amplitude maximale de la sinusoïde (abscisse $x = 0$).
α	Nombre sans dimension définissant la position des aciers dans la section.
ϵ'_b	Déformation unitaire du béton.
ϵ'_u	Déformation du béton correspondant à σ'_j .
ϵ'^*_u	Déformation du béton correspondant à σ'^*_j .
λ	Flancement mécanique du poteau ou paramètre définissant l'état de déformation d'une section.
μ	Autre paramètre définissant l'état de déformation d'une section.
ω	Pourcentage géométrique de l'acier dans la section.
σ_e	Limite d'élasticité de l'acier.
σ_b	Contrainte de compression du béton sous la charge N .
σ'_j	Résistance ultime du béton à la compression mesurée sur le cylindre de contrôle au jour j .
σ'^*_j	Résistance ultime du béton mesurée sur le cylindre soumis à un programme de chargement et de déchargement identique à celui subi par le poteau lui-même.

0.4 - RESUME.

L'étude entreprise porte sur le comportement des poteaux en béton armé, articulés, à section droite constante possédant deux axes de symétrie, sous l'action d'une charge appliquée dans le plan de la plus petite inertie, et affectée d'excentricités différentes aux deux extrémités.

Le calcul de la charge de rupture de tels poteaux peut être simplifié en faisant l'hypothèse que la déformée du poteau sous charge est un arc de sinusöide d'amplitude et de longueur d'onde variables, ce qui conduit à une relation d'ordre géométrique, non linéaire, entre l'excentricité e et la courbe $1/r$ de la section la plus sollicitée :

$$\psi(e, \frac{1}{r}) = 0$$

Par ailleurs, l'équilibre interne de cette même section soumise à l'effort normal N , exprimé en tenant compte des lois contraintes-déformations des matériaux, conduit à une relation d'ordre mécanique :

$$\phi(N, e, \frac{1}{r}) = 0$$

Enfin, la condition d'équilibre ultime du poteau, ou critère d'instabilité, s'exprime par :

$$\frac{dN}{de} = 0$$

Le calcul sur ordinateur, permet, grâce à des procédés de calcul numérique par itération, de déterminer le groupe des trois valeurs (N , e , $\frac{1}{r}$) qui satisfont aux trois relations précédentes. Un programme de calcul a été mis au point pour les poteaux à section rectangulaire.

Une série de seize essais a été effectuée sur des poteaux de même longueur (4,50 m), de même section rectangulaire (30 cm x 15 cm), ayant le même pourcentage d'armature longitudinale (2,05 %) et un béton de qualité constante en principe (résistance à la compression : 356 kg/cm² en moyenne).

Les seules variables contrôlées sont les excentricités inférieure e_i et supérieure e_s . Il a été choisi quatre valeurs du rapport des excentricités : $e_i / e_s = 0,5/0/-0,5$ et -1 , et pour chaque valeur du rapport précédent, trois valeurs de l'excentricité relative e_s/h_t (où h_t est la petite dimension de la section droite) soit $0,1/0,2$ et $0,5$. De plus, trois essais ont été réalisés sous charge centrée.

Le but des essais était essentiellement d'obtenir des données expérimentales concernant la déformation de la ligne moyenne du poteau, celles-ci étant très peu nombreuses à ce jour dans le cas des poteaux chargés avec des excentricités différentes aux deux extrémités. Les essais ont montré que la représentation par un arc de sinussoïde donne une très bonne approximation de la déformée réelle.

D'autre part, l'application du programme au calcul de 28 poteaux (dont 15 essayés par d'autres auteurs) conduit à des valeurs N_{cal} qui sont en bon accord avec les valeurs N_{exp} des charges de rupture expérimentales. La très faible dispersion de la distribution des rapports N_{exp} / N_{cal} - pour un nombre assez restreint d'essais mais couvrant un large domaine de variation des principaux paramètres - permet de penser que la méthode de calcul proposée est sûre.

SUMMARY

The study undertaken deals with the behavior of hinged reinforced concrete columns with constant cross section possessing two axes of symmetry, under the action of a load applied in the plan of the smallest inertia and affected by different excentricities at the ends.

The computation of the failure load of such columns can be simplified on the hypothesis that the shape of deflected column under a load is part of a sinusoid whose amplitude and wave length are variable. This assumption conduces to a non-linear geometrical relation between excentricity "e" and curvature "1/r" of the most solicited section :

$$\varphi(e, \frac{1}{r}) = 0$$

On the other hand, the internal equilibrium of this same section submitted to the normal force "N", taking into account the stress-strain relationships of materials, conduces to a mechanical relation :

$$\sigma(N, e, \frac{1}{r}) = 0$$

Finally, the ultimate balance condition of the column, or instability criterion, is expressed by

$$\frac{dN}{de} = 0$$

The calculation on a computer, permits, thanks to the process of numeric calculation by iteration, to determine the group of the 3 values (N, e, $\frac{1}{r}$) which satisfy the 3 preceding relations. A computer program has been worked out for the rectangular cross-section columns.

A series of sixteen tests was made on columns with the same length (4,50 m), the same rectangular cross-section (30 cm x 15 cm) the same percentage of longitudinal steel-reinforcement (2.05 %) and a quality-constant concrete, (compression strength : about 356 kg/cm²).

The only controlled variables are the lower e_1 and upper e_s excentricities. Four values of the excentricities ratio were chosen : $-e_1/e_s = 0,5/0/-0,5$ and -1, and for each value of the preceding ratio three values of the relative excentricity e_s/h_t (where h_t is the smallest dimension of the cross-section) that is 0,1/0,2 and 0,5. Moreover, three tests were made under axial load.

The object of the tests was essentially to obtain experimental datas concerning the deformation of the medium line of the columns those being not very numerous to date, in the case of columns loaded with different excentricities at the two extremities. The tests show that the representation by a part of sinus wave gives a very good approximation of the actual deformation.

On the other hand, the application of the computer program to 28 columns (15 tested by other authors) gives the values " N_{cal} ", which are in good agreement with the values " N_{exp} " of the experimental failure loads. The very low scatter of the distribution of ratios N_{exp}/N_{cal} for a rather limited number of tests, but covering a great range of variation of the principal parameters, leads to believe that the proposed method of calculation is safe.

1 - INTRODUCTION.

Pour le calcul de la charge ultime de flambement des poteaux en béton armé de section constante, à plan moyen, articulés aux deux extrémités, la meilleure méthode existante semblait être jusqu'à ces dernières années celle de BROMS et VIEST (référence 1), applicable théoriquement aux poteaux à plan moyen, à section droite constante possédant deux axes de symétrie, soumis à une force extérieure affectée d'excentricités égales ou inégales aux deux extrémités. Malheureusement, cette méthode est d'un emploi très laborieux, même pour les sections rectangulaires qui sont les seules sur lesquelles les auteurs en aient fait l'application pratique.

Une méthode de prévision des charges de flambement des poteaux à plan moyen affectés d'excentricités égales aux deux extrémités conçue pour être appliquée à l'aide d'un programme de calcul sur ordinateur a été proposée par P. FAESSEL. La validité de cette méthode a été démontrée par ROBINSON et MODJABI (référence 2), par confrontation du calcul aux résultats d'essais :

- Tout d'abord pour 165 essais antérieurs de poteaux dont la section possédait deux axes de symétrie (carré, rectangle, octogone),
- Puis pour des essais réalisés spécialement sur des poteaux à section en U.

Une limite d'application pratique de cette méthode réside évidemment dans le fait que la charge doit avoir une excentricité égale et de même sens aux deux extrémités du poteau.

Il était dès lors très intéressant d'essayer de la généraliser aux cas où les excentricités supérieure e_s et inférieure e_i sont non seulement différentes mais parfois de sens opposés.

Les essais effectués dans la présente recherche portent sur des poteaux rectangulaires soumis à une force extérieure d'excentricité différente à l'extrémité supérieure et à l'extrémité inférieure (figure 1) et ont pour

but de déterminer la déformation de la ligne moyenne du poteau chargé et la charge de rupture, et d'en déduire une méthode de calcul basée sur les principes de la méthode FAESSEL, mais généralisée par l'introduction d'une relation convenable entre l'excentricité et la courbure.

2 - ETUDE THEORIQUE.

2,1 - DEFINITION DU FLAMBEMENT.

Soit un poteau soumis à une charge de compression centrée ou excentrée, on dit avoir affaire à un problème de flambement quand on ne peut négliger l'accroissement de l'excentricité de la charge sous l'influence même de cette charge dans l'évaluation de la résistance du poteau.

L'excentricité de la force extérieure dans une section quelconque est alors la somme de l'excentricité initiale e_{in} qui est une constante, et de la flèche qui est fonction de la charge.

2,2 - ETUDES ET ESSAIS ANTERIEURS.

La première étude théorique est apparue en 1744 avec L. EULER, qui a établi la formule connue sous son nom ; cette formule donne la charge de flambement d'un poteau chargé axialement, et sollicité en deçà de la limite élastique du matériau. Cette formule, pour les poteaux articulés à leurs extrémités, est de la forme :

$$P_e = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (1)$$

Elle est pratiquement inapplicable au domaine du béton armé.

En 1889, ENGESSER a ajusté la formule précédente, pour qu'elle soit valable pour des poteaux se rompant par flambement après que la limite élastique ait été atteinte, cette formule est de la forme :

$$P_t = \frac{\pi^2 E_t I}{\ell^2} \quad (2)$$

E_t : étant le module tangent.

La validité de l'application pratique de cette formule aux poteaux en béton armé a été démontrée par BROMS et VIEST (Référence 1) et ROBINSON et MODJABI (référence 2). Cette formule est donc bien appropriée pour la prédiction de la charge ultime de flambement de poteaux en béton armé chargés axialement.

Les études effectuées à la fin du 19ème siècle sur les poteaux soumis à une charge excentrée ont abouti à l'apparition en 1910 de la théorie de la méthode inélastique de VON KARMAN. Malheureusement, cette théorie est très lourde.

En 1926, ROS et BRUNNER ont simplifié la théorie de KARMAN en assimilant la forme du poteau fléchi à une demi-onde de sinusoïde, tandis qu'en 1928, WESTERGAARD et OSGOOD ont proposé l'utilisation, dans le cas général d'excentricités différentes aux deux extrémités, d'un arc de sinusoïde.

En 1958, BROMS et VIEST (référence 1) ont proposé une méthode de calcul de la charge de flambement basée sur les principes de VON KARMAN et utilisant l'hypothèse simplificatrice de WESTERGAARD et OSGOOD. Cette méthode générale est théoriquement applicable aux poteaux articulés à plan moyen de section droite constante présentant deux axes de symétrie, de matériau quelconque et pour des excentricités égales ou inégales de la charge appliquée aux extrémités. Les calculs n'ont été développés que pour les cas des poteaux en béton à section rectangulaire armée symétriquement. Même dans ce cas, le calcul direct de la charge de flambement est très laborieux.

La méthode proposée récemment par FAESSEL, pour le calcul de la charge de flambement des poteaux en béton armé à plan moyen, de section constante, articulés et chargés avec des excentricités égales aux deux extrémités, a été exposée par ROBINSON et MODJABI (référence 2). Cette méthode utilise l'hypothèse que la déformée du poteau sous charge est une demi-onde de sinusoïde et le principe du calcul découle d'une représentation géométrique particulièrement intéressante des conditions d'équilibre du poteau. De plus, une caractéristique essentielle est que le calcul se fait directement sur ordinateur à l'aide d'un programme, mis au point par FAESSEL, qui permet la détermination de la charge de flambement d'un poteau de section quelconque (présentant un plan de symétrie).

Il n'existe pas actuellement de méthode pratique pour calculer la charge ultime de poteau en béton armé chargés avec des excentricités différentes aux deux extrémités. D'autre part, seulement un petit nombre d'essais de ce genre a été effectué à ce jour :

- Trois essais par BAUMANN (réf. 3) en 1930-1933 ($e_i/e_g = 0$)
- Six essais par MARTIN et OLIVIERI (Réf. 4) en 1965 ($e_i/e_g = - 0,50$)
- Quatre essais par MAC GREGOR et BARTER (Réf. 5) en 1965 ($e_i/e_g = - 1$)
- Deux essais par MEHREL, SCHWARZ... (Réf. 6) en 1969 ($e_i/e_g = 0$)

L'étude que nous avons effectuée dans cette recherche sur des poteaux en béton armé de section rectangulaire soumis à une charge affectée d'excentricités supérieure e_g et inférieure e_i , non seulement différentes mais parfois de sens opposés, consiste à généraliser la méthode FAESSEL en y introduisant l'hypothèse essentielle sur la déformée du poteau utilisée par BROMS et VIEST.

2,3 - PRINCIPES DE LA METHODE DE CALCUL PROPOSEE.

Il s'agit par cette méthode de calculer la charge de flambement de poteaux en béton armé à plan moyen, articulés, de section constante ayant deux axes de symétrie, et chargés avec des excentricités égales ou inégales aux deux extrémités.

2,31 - Représentation géométrique des conditions d'équilibre.

Admettons que la déformée de la fibre moyenne d'un poteau sous charge est assimilable à la courbe représentative d'une fonction

$$y = f(x) \quad (3)$$

x étant l'abscisse d'une section droite quelconque du poteau.

y la distance du centre de gravité de cette section à la ligne d'action de la charge (y représente donc la somme de l'excentricité initiale et de la flèche dans la section considérée).

Considérons la section la plus sollicitée du poteau, où l'excentricité est maximale - égale à e - et la courbure maximale - égale à $\frac{1}{r}$ -. Nous avons d'après l'équation (3) une relation d'ordre géométrique :

$$\varphi(e, \frac{1}{r}) = 0 \quad (4)$$

Par ailleurs il existe dans cette section une relation d'équilibre interne d'ordre mécanique :

$$\emptyset(N, e, 1/r) = 0 \quad (5)$$

relation entre :

N , effort normal ou résultante des contraintes normales s'exerçant sur la section qui est égal à la charge.

e , excentricité dite interne, distance du point de passage de la résultante au centre de gravité de la section, qui est égale à l'excentricité (dite externe) de la force extérieure.

$\frac{1}{r}$, courbure du poteau au droit de la section, qui est liée à l'état de déformation de la section.

Cette relation ne sera parfaitement définie que dans la mesure où l'on aura fait une hypothèse sur les conditions de déformation des sections (conservation des sections planes) et où on connaîtra les relations contraintes-déformations des matériaux constitutif du poteau.

Les deux relations (4) et (5) résolvent le problème d'équilibre de la pièce en se fixant la valeur de l'une des trois inconnues.

On peut représenter géométriquement les conditions d'équilibre dans le plan $O \ 1/r, O_e$. La courbe représentative de l'équation (4) a l'allure de la courbe (C) de la figure (2), en anticipant sur l'étude du § 2,33.

La fonction ϕ dépend des caractéristiques du poteau. Elle est représentée en coordonnées cartésiennes par une surface ; il est commode de représenter cette surface dans le plan $O \ 1/r, O_e$ par les projections de ses lignes de niveau $N = \text{constante}$. L'allure générale de ces lignes de niveau, dans le cas des poteaux en béton armé a été étudiée par ROBINSON et MODJABI (Réf. 2).

Pour une valeur assez petite de l'effort, la courbe $N = \text{constante}$ diffère peu de la courbe flèche-moment d'une poutre simplement fléchie ; elle a l'allure indiquée à la figure (3). Cette courbe se compose de trois segments légèrement courbe, dessinant une ligne brisée. Le segment OF correspond au poteau avant fissuration ; le segment FP correspond au poteau fissuré par flexion du côté tendu ; et enfin, sur l'étendue du segment PV , les aciers tendus ont dépassé leur limite d'élasticité.

Si l'on considère l'ensemble des lignes de niveaux $N = \text{constante}$, elles se classent à valeurs de N croissante de O_e vers $O \ 1/r$ (figure 4). Il existe deux lieux hyperboliques $[H_1]$ et $[H'_1]$ relatifs à la traction du côté tendu de la section : le lieu $F_0 \ F'$ des points F figuratifs des conditions de fissuration, le lieu $P_0 \ P'$ des points P figuratifs des conditions de plastification des aciers tendus. D'autre part, il existe deux lieux hyperboliques $[H_2]$ et $[H'_2]$ relatifs à la compression : les lieux OF_0 et $F_0 \ P_0$ correspondent à la rupture du poteau par écrasement du béton, avant ou après fissuration du côté tendu.

D'après ce qui précède, et afin d'étudier les conditions d'équilibre d'un poteau chargé, reportons nous à la figure (5), qui représente géométriquement les relations (4) et (5) dans le plan $o\ 1/r, Oe$.

Supposons le poteau en équilibre dans les conditions E_1 , écartons le de sa position d'équilibre par augmentation de sa courbure. En raison des conditions géométriques de déformation du poteau l'excentricité du point de passage de la force extérieure dans la section la plus sollicitée, va demeurer liée à la courbure par l'équation (4), c'est-à-dire que son point figuratif va se déplacer sur la courbe (C).

En raison de la constitution du poteau lui-même, l'excentricité, dite interne, de la résultante des efforts internes développés sur la section la plus sollicitée, va demeurer liée à la courbure par l'équation (5) et son point figuratif va décrire la courbe $N = \text{cte}$. Au point E_1 considéré, l'excentricité externe croît ainsi moins vite que l'excentricité interne. La réaction du poteau à la déformation complémentaire imposée va le ramener à sa position d'équilibre. Cette dernière est donc stable. Ce serait l'inverse au point E_2 où l'équilibre est instable.

Ainsi, il est évident que l'équilibre ultime surviendra au moment où les deux points d'équilibre stable E_1 et instable E_2 se confondent au point de tangence E_3 .

La ligne de niveau $N = \text{Cte}$ qui a un point de tangence avec la courbe (C), détermine la charge ultime N_u du poteau considéré.

La figure met en évidence le fait que la charge ultime N_u est la charge maximale pour laquelle il est possible de trouver un état d'équilibre. En effet, toute courbe N de valeur supérieure à N_u ne couperait plus la courbe (C). En d'autres termes, la charge de flambement N_u d'un poteau pourra être déterminée si l'on ajoute aux relations (4) et (5) la condition que N_u est la valeur maximale de N considéré comme fonction de l'excentricité e dans la section la plus sollicitée, soit :

$$\frac{dN}{de} = 0 \quad (6)$$

2,32 - Etude générale sur la courbe représentative de la déformée du poteau.

2,321 - Hypothèse de base.

Nous adopterons l'hypothèse émise par WESTERGAARD et OSGOOD et utilisée par BROMS et VIEST que la déformée du poteau sous charge peut être assimilée à un arc de sinusoïde. La déformée peut donc être représentée par un arc de la courbe définie mathématiquement par l'équation :

$$y = y_M \cos \frac{\pi x}{L} \quad (7)$$

Notations et conventions (figure 6) :

L'amplitude maximale y_M , la longueur de la demi-onde L et la longueur du poteau ℓ sont des quantités positives.

L'axe des abscisses x est la ligne d'action de la charge, orientée positivement de A_i vers A_s . l'origine O correspond au sommet le plus voisin de A_s et de l'axe Oy est orienté de telle sorte que e_s soit positif. Par convention nous considérons que l'excentricité e_s est toujours positive ou nulle et l'excentricité e_i - positive, nulle, ou négative - inférieure ou égale à e_s en valeur absolue. Nous aurons donc nécessairement :

$$0 \leq |e_i| \leq e_s \leq y_M$$

On peut remarquer que l'amplitude y au droit d'une section donnée du poteau dépend de trois quantités variables avec la charge :

- l'amplitude maximale y_M
- l'abscisse x (l'origine O étant variable)
- la longueur de la demi-onde L .

Ces trois grandeurs ne sont évidemment pas indépendantes. Le fait que la courbe passe par les points E_i et E_s s'exprime par :

$$e_i = y_M \cos \frac{\pi l_i}{L} \quad (8)$$

$$e_s = y_M \cos \frac{\pi l_s}{L} \quad (9)$$

relations dans lesquelles l_i et l_s abscisses de E_i et E_s par rapport à l'origine 0 définies en valeur algébrique, sont liées par la relation :

$$l_s - l_i = l \quad (10)$$

En tirant l_i de (8), l_s de (9) et en portant dans (10), on obtient :

$$\frac{L}{\pi} (\arccos \frac{e_s}{y_M} - \arccos \frac{e_i}{y_M}) = l$$

soit :

$$L = \frac{\pi}{\arccos \frac{e_s}{y_M} - \arccos \frac{e_i}{y_M}} \quad (11)$$

Pour une valeur donnée de y_M il existe, mathématiquement, une infinité de couple de valeurs l_i et L (ou l_s et L) qui satisfont aux équations (8) et (9). Il convient donc d'étudier la déformée du poteau, du point de vue "mécanique" et d'en tirer les domaines de variation des grandeurs :

$$\frac{\pi l_i}{L} = \arccos \frac{e_i}{y_M}$$

$$\text{et} \quad \frac{\pi l_s}{L} = \arccos \frac{e_s}{y_M}$$

qui définissent de façon unique une déformée du poteau représentable par l'équation (7).

2,322 - Conclusion quant au domaine d'application de l'hypothèse de base.

Nous nous contenterons ici de donner le résultat de l'étude qui a été effectuée sur la déformée du poteau du point de vue mécanique.

Compte tenu des conventions exposées au § précédent, l'hypothèse de base peut s'énoncer de manière plus précise de la façon suivante :

Dans tous les cas, la déformée du poteau sous charge peut être représentée par un arc de la sinusoïde d'équation :

$$y = y_M \cos \frac{\pi x}{L}$$

limité par les points dont les abscisses (1) satisfont respectivement aux inéquations :

$$-\frac{\pi}{2} \leq \arccos \frac{e_s}{y_M} \leq \frac{\pi}{2}$$

$$-\pi \leq \arccos \frac{e_i}{y_M} \leq 0$$

2,33 - Relation entre l'excentricité et la courbure dans la section la plus sollicitée.

2,331 - Section la plus sollicitée.

La section la plus sollicitée est celle où l'excentricité de la charge - et par suite la courbure de la déformée - est maximale. Nous noterons e et $\frac{1}{r}$ l'excentricité et la courbure maximales, $\frac{1}{\rho}$ étant la courbure en un point quelconque de la courbe (7), y_M et $(\frac{1}{\rho})_M$ l'amplitude et la courbure maximales de cette courbe. D'après l'étude de l'évolution de la déformée, nous avons à distinguer deux cas :

- Si ℓ_s est négatif : la section la plus sollicitée est la section d'extrémité E_s , l'excentricité maximale est $e_s = e$ et la courbure correspondante :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{\rho} (x = \ell_s)$$

- Si ℓ_s est positif ou nul : la section la plus sollicitée se trouve à l'abscisse du sommet de la courbe (7) et peut être confondue avec la section d'extrémité si $\ell_s = 0$.

L'excentricité maximale est $e = y_M$ et la courbure correspondante $\frac{1}{r} = (\frac{1}{\rho})_M$.

(1) abscisse $\frac{\pi x}{L} = \arccos \frac{y}{y_M}$.

Dans ce cas, la position de la section la plus sollicitée peut être définie par la valeur soit de l_i , soit de l_s .

Nous avons d'après (8) et (9)

$$l_i = \frac{L}{\pi} \arccos \frac{e_i}{y_M}$$

$$l_s = \frac{L}{\pi} \arccos \frac{e_s}{y_M}$$

La valeur de L étant donnée par (11) et en posant $y_M = e$, nous obtenons

$$\left. \begin{aligned} l_i &= l \frac{\arccos \frac{e_i}{e}}{\arccos \frac{e_s}{e} - \arccos \frac{e_i}{e}} \\ l_s &= l \frac{\arccos \frac{e_s}{e}}{\arccos \frac{e_s}{e} - \arccos \frac{e_i}{e}} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

2,332 - Relation entre l'excentricité et la courbure.

En dérivant deux fois l'équation (7) nous obtenons :

$$y'' = - \frac{\pi^2}{L^2} y_M \cos \frac{\pi x}{L}$$

La courbure maximale de la courbe d'équation (7) est $\left| y''(x=0) \right|$,

soit

$$\left(\frac{1}{\rho} \right)_M = \frac{\pi^2}{L^2} y_M \quad (13)$$

En éliminant L entre les équations (11) et (13) nous obtenons la relation entre l'amplitude maximale y_M et la courbure correspondante :

$$\left(\frac{1}{\rho} \right)_M = \frac{y_M}{l^2} \left(\arccos \frac{e_s}{y_M} - \arccos \frac{e_i}{y_M} \right)^2 \quad (14)$$

La condition ℓ_s positif ou négatif du § 2,331 peut se traduire par une condition sur la courbure maximale. En effet, dans le cas intermédiaire - cas noté (*) - nous avons : $\ell_s = 0$, $\arccos \frac{e_s}{y_M} = 0$, $y_M = e_s$. La courbure maximale correspondante est, d'après (14)

$$\left(\frac{1}{r}\right)^* = \frac{e_s}{\ell^2} \left(\arccos \frac{e_i}{e_s}\right)^2 \quad (15)$$

Remarquons de plus, que, pour $\ell_s > 0$ nous aurons $\arccos \frac{e_s}{y_M} > 0$.

Par suite, la relation entre l'excentricité maximale et la courbure maximale s'exprimera par :

$$\text{. si } \frac{1}{r} \leq \left(\frac{1}{r}\right)^* : e = e_s \text{ constante}$$

$$\text{. si } \frac{1}{r} \geq \left(\frac{1}{r}\right)^*$$

$$\frac{1}{r} = \frac{e}{\ell^2} \left(\arccos \frac{e_s}{e} - \arccos \frac{e_i}{e}\right)^2 \quad (16)$$

Avec :

$$\left(\frac{1}{r}\right)^* = \frac{e_s}{\ell^2} \left(\arccos \frac{e_i}{e_s}\right)^2$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \arccos \frac{e_s}{e} \leq \frac{\pi}{2} \\ -\pi \leq \arccos \frac{e_i}{e} \leq 0 \end{array} \right.$$

2,333 - Représentation graphique de la relation $\frac{1}{r} = f(e)$

Le tableau (1) et la figure (7) représentent quelques résultats numériques et la représentation graphique pour quelques valeurs particulières du rapport $\frac{e_i}{e_s}$.

Remarque : la figure (7) a été tracée en coordonnées sans dimensions $\frac{e}{e_s}$ et $\frac{1}{r} \cdot \frac{\ell^2}{\pi^2} \frac{1}{e_s}$.

2,34 - Quelques conséquences.

1° - Considérons la représentation graphique précédente de la relation entre l'excentricité maximale e et la courbure correspondante $(\frac{1}{r})$ pour les rapports des excentricités e_i / e_s égaux à + 1, 0 et - 1, par exemple et pour une valeur fixe de e_s (figure 8).

Supposons que les points de tangence T figuratifs des conditions d'équilibre ultime soient à l'intérieur du domaine de résistance de la section défini au § 2,31. Nous remarquons que la charge ultime N croît, et que l'excentricité maximale ultime e décroît et tend vers e_s quand le rapport e_i / e_s décroît en valeur algébrique.

2° - Dans le cas où le rapport e_i / e_s est égal à + 1, la représentation géométrique de la relation entre l'excentricité et la courbure déduite de l'hypothèse que la déformée du poteau est un arc de sinussoïde est une courbe C (figure 9), tandis que dans le cas de l'hypothèse habituelle selon laquelle la déformée est une demi-onde de sinussoïde, cette représentation géométrique est une droite D de pente ℓ^2 / π^2 . (Remarquons que cette droite D est l'asymptote de la courbe C correspondant au rapport $e_i / e_s = \pi/2 - 1$ soit $e_i / e_s = 0,57$).

D'après la position relative de C par rapport à D on conçoit que la charge ultime calculée dans la première hypothèse doit être plus petite que celle calculée dans la deuxième. Mais la courbe (C) tend lentement vers son asymptote et la différence des charges calculées d'après l'une et l'autre hypothèse doit être faible.

3° - Quand le rapport des excentricités e_1/e_s est égal à -1 , la relation géométrique entre l'excentricité et la courbure est représentée (figure 10) par un segment de droite d'ordonnée e_s et une demi-droite (Δ) de pente ℓ^2/π^2 . Le point figuratif des conditions d'équilibre ultime ne peut se trouver que sur le segment d'ordonnée e_s . En effet, il est impossible de trouver une ligne de niveau N tangente à la demi-droite (Δ) mais il est possible de trouver une courbe N présentant une tangente parallèle à l'axe des courbures à l'ordonnée e_s . Deux cas sont à considérer selon la valeur de l'abscisse du point de tangence de cette courbe avec la droite d'ordonnée e_s . Si cette abscisse est inférieure à celle du point I (figure 10 a), c'est-à-dire si la courbure au point T est plus petite que la valeur $(\frac{1}{r})^*$ correspondant au point I, le point T représentera les conditions d'équilibre ultime ; si elle est supérieure, les conditions ultimes seront celles du point I (figure 10 b). Remarquons que le point T, où la tangente à la courbe N est parallèle à l'axe $O\ 1/r$ représente les conditions de résistance ultime de la section sous l'action de l'effort normal N ; donc T est un point de la frontière du domaine de résistance, et dans le cas de la figure 18 a, on obtient simultanément le flambement par divergence d'équilibre et l'épuisement de la résistance mécanique de la section la plus sollicitée.

Considérons maintenant, toujours dans le cas $e_1/e_s = -1$, des poteaux de mêmes caractéristiques exceptés la longueur ℓ , chargés avec une excentricité e_s constante (figure 11). Soit I_0 le point où la frontière (Φ) du domaine de résistance coupe la droite d'ordonnée e_s ; la droite $O\ I_0$ a pour pente ℓ_0^2/π^2 et la courbe No a une tangente parallèle à $O\ 1/r$ en I_0 . Pour chaque poteau de longueur ℓ supérieure à ℓ_0 le point représentatif des conditions ultimes sera un point I. Mais pour tout poteau de longueur inférieure à ℓ_0 les conditions ultimes seront représentées par I_0 et la charge ultime sera constante égale à No .

Remarquons que, ce que nous venons d'exposer peut s'appliquer "mutatis mutandis", à tous les cas où e_1/e_s est différent de 1 , puisque la représentation de la relation géométrique entre e et $1/r$ présente toujours un segment d'ordonnée e_s . Mais le fait le plus remarquable est que dans le cas $e_1/e_s = -1$, les conditions d'équilibre ultime sont toujours atteintes dans une des sections d'extrémité du poteau.

2,4 - Programme de calcul sur ordinateur.

2,41 - Principe.

Soit une section de béton armé doublement symétrique. F_1 et F_2 sont les fibres extrêmes de la section, la hauteur totale de la section est h_t (figure 12).

L'état mécanique de la section d'après la loi de conservation des sections planes peut être défini par deux paramètres : la déformation relative moyenne λ et la différence 2μ des déformations relatives aux points F_1 et F_2 .

$$\epsilon'_{b_1} - \epsilon_{b_2} = 2\mu$$

La courbure peut s'exprimer alors par :

$$\frac{1}{r} = \frac{2\mu}{h_t} \quad (17)$$

D'autre part, l'application des lois déformation-contrainte des matériaux nous permet d'obtenir l'effort normal N et l'excentricité interne e .

Les quantités N et e sont donc des fonctions des paramètres λ et μ .

$$N = \varphi(\lambda, \mu) \quad (18)$$

$$e = F(\lambda, \mu) \quad (19)$$

Les lois déformation-contrainte adoptées sont les suivantes :

- pour le béton

$$\sigma'_b = \sigma'_j \frac{\epsilon'_b}{\epsilon'_u} \cdot \frac{2}{1 + \left(\frac{\epsilon'_b}{\epsilon'_u}\right)^2} \quad (20)$$

si $\epsilon'_b > 0$ (béton comprimé).

et $\sigma' = 0$ si $\epsilon'_b < 0$ (béton tendu).

- pour l'acier

$$\sigma_a = E_a \varepsilon_a \quad \text{si } |\varepsilon_a| < \frac{\sigma_e}{E_a}$$

σ_e étant la limite d'élasticité, et le module E_a étant égal à 2.106 kg/cm².

$$\sigma_a = \text{constante} = \pm \sigma_e \quad \text{si } |\varepsilon_a| > \frac{\sigma_e}{E_a}$$

Il existe d'après (16 et 17) une relation entre μ , e , e_i et e_s de la forme :

$$\begin{aligned} \mu &= G(e, e_i, e_s) \\ \text{ou } \mu &= g(e) \end{aligned} \quad (21)$$

puisque e_i et e_s sont des données connues.

Fixons la valeur de e , alors il est possible de calculer directement μ par la formule (21). Dans ces conditions, la relation (19) devient une équation en λ qui est résolue par un sous-programme spécial, qui utilise un procédé numérique par approximations successives.

Par suite, la relation (19) peut s'écrire :

$$\lambda = f(e) \quad (22)$$

La relation (18) devient alors :

$$N = \varphi \left[(f(e), g(e)) \right]$$

ou plus simplement :

$$N = h(e) \quad (23)$$

La fonction $N = h(e)$ possède un maximum qui est la charge ultime N_u . La recherche de ce maximum fait l'objet d'un autre sous-programme de calcul.

Le programme de calcul basé sur les principes exposés ci-dessus a été mis au point par M. MORISSET, dans le cas des sections rectangulaires. Il pourrait être facilement étendu au cas de toute section doublement symétrique définissable par un ensemble de trapèzes.

2,42 - Entrées et sorties du programme.

- Les entrées du programme sont :

- ℓ/h_t Elancement géométrique du poteau où ℓ est la longueur du flambement, h_t est la hauteur totale de la section transversale.
- $E_1 = e_i/h_t$ Excentricité relative inférieure.
- $E_2 = e_s/h_t$ Excentricité relative supérieure.
- $\alpha = a/h_t$ Rapport de la distance a entre les deux lits d'armatures longitudinales, à la hauteur totale de la section transversale h_t .
- σ_e Limite d'élasticité de l'acier
- $\omega = \frac{A \sigma_e}{B \sigma'_j}$ Pourcentage mécanique de la section où A est l'aire totale des aciers de la section, B l'aire du béton, et σ'_j la résistance à la compression du béton.
- ϵ'_u Déformation du béton correspondant à la contrainte σ'_j .
- E Valeur de départ de l'excentricité e .
- λ_d Une valeur de départ de la déformation relative .

- Les sorties du programme sont :

- $N_u = \frac{N_{cal}}{B \sigma'_j}$ Charge ultime, réduite en nombre sans dimension.
- e/h_t Excentricité maximale ultime en nombre sans dimension.
- ℓ_i/h_t Distance relative ultime à l'extrémité inférieure du poteau.
- λ et μ Déformations relatives sous charge ultime.

3 - ETUDE EXPERIMENTALE.

3,1 - PROGRAMME DES ESSAIS.

Tous les poteaux ont les mêmes caractéristiques géométriques et mécaniques, c'est-à-dire, même longueur, même section droite rectangulaire, et même ferrailage. Les paramètres variables sont l'excentricité supérieure e_s et l'excentricité inférieure e_i . Il a été choisi quatre valeurs du rapport $\frac{e_i}{e_s}$: 0,5/0/-0,5 et -1 et pour chaque valeur du rapport précédent, trois valeurs de l'excentricité relative $\frac{e_s}{h_t}$: 0,10/0,20 et 0,50 (h_t étant la hauteur de la section dans le plan de flambement). Ce qui nous amène à douze essais. De plus, trois essais sous charge centrée ($e_i = e_s = 0$) sont prévus pour déterminer la charge maximale de rupture dans un tel cas.

3,2 - DESCRIPTION DES CORPS D'EPREUVE.

Tous les poteaux ont même longueur $\ell = 4,50$ m, et même section droite (30 x 15 cm), ce qui réalise un élanement mécanique $\lambda = 104$. Ils ont également même ferrailage composé de 6 barres longitudinales en acier naturellement dur HI-Bond A de diamètre 14 mm et d'armatures transversales (1 cadre et épingle) en acier doux de 6 mm de diamètre, espacés de 20 cm (voir figure 13). Le pourcentage géométrique des aciers longitudinaux dans la section est égal à 2,05.

La qualité du béton n'était pas un paramètre de l'étude. La résistance à la compression souhaitée, mesurée sur cylindre à 28 jours, était $\sigma_j = 350 \text{ kg/cm}^2$. Malheureusement une assez grande dispersion sur les valeurs réelles de σ_j s'est manifestée.

La résistance a été en moyenne sur les 16 essais de 356 kg/cm^2 , avec des valeurs extrêmes $257,5 \text{ kg/cm}^2$ et $416,5 \text{ kg/cm}^2$.

Les caractéristiques mécaniques du béton utilisé ont été étudiées à l'aide de cinq éprouvettes cylindriques et quatre éprouvettes prismatiques de contrôle par gâchée.

La figure 14 montre à titre d'exemple les courbes relevées pendant l'essai de compression des éprouvettes de contrôle relatif au poteau DB 8.

Les résultats des essais de contrôle sont rassemblés dans le tableau 2 dans lequel les grandeurs indiquées sont les suivantes :

- σ_j : résistance à la compression du béton au jour j (moyenne de trois essais).
- σ_j^* : résistance à la compression du béton mesurée sur cylindre de contrôle chargé suivant un programme analogue à celui subi par le poteau lui-même.
- σ_j^+ : résistance à la compression du béton des têtes du poteau.
- $\bar{\sigma}_j$: résistance à la traction du béton (moyenne de trois essais).
- ϵ_u : raccourcissement du béton correspondant à la contrainte σ_j .
- ϵ_u^* : raccourcissement du béton correspondant à la contrainte σ_j^* .
- ϵ_r : raccourcissement de retrait au jour j.
- E_i : module tangent initial du béton.

3,3 - DISPOSITIF D'ESSAI.

Les essais ont été effectués au moyen d'une presse AMSLER, dont la capacité maximale atteint 1 000 tonnes.

La presse est munie de deux dispositifs appelés têtes de flambement qui comportent un plateau d'appui articulé.

3,4 - EXECUTION DES ESSAIS.

3,41 - Chargement.

Après la mise en place du poteau dans la presse, nous appliquons une charge minimale appelée charge de référence. Cette charge de référence nous permet de maintenir le poteau en état d'équilibre stable pendant toute la durée de l'essai au cours des chargements et déchargements successifs. Le programme de chargement est composé d'un certain nombre d'étapes successives. Les charges

sont croissantes d'une étape à l'autre, chacune d'elles comportant d'abord un chargement et ensuite un déchargement jusqu'à une valeur égale à celle de l'étape de référence.

3,42 - Mesures.

A chaque étape, la charge était maintenue constante et nous avons effectué les mesures ou opérations suivantes :

- Charge appliquée
- Flèche ou déplacement horizontal
- Déformation du béton en surface.
- Tracé des fissures.

3,421 - Mesures des charges appliquées.

Elle se fait au moyen du dynamomètre dont est équipée la presse.

3,422 - Mesure des flèches.

La mesure des flèches dans le plan de flambement (Nord-Sud sur la machine), et latéralement (Est-Ouest) a été effectuée à l'aide de deux niveaux WILD de haute précision (2/100 de mm environ) chacun d'eux solidaire d'un bloc en béton armé, leurs axes de rotation étant horizontaux ce qui permet des visées dans un plan vertical fixe sur dix mires solidaires du poteau (figure 15). Sept mires repérées A, B, C, D, E, F, G ont été placées sur la face du poteau qui est parallèle au plan du flambement, trois autres mires repérées H, K, L sont placées dans le sens latéral (figure 16). Les deux NIVEAUX sont installés à une certaine distance de la presse ; le plan vertical fixe suivant lequel on vise, passe par l'axe de la machine, et est vérifié par un fil à plomb.

3,423 - Mesures des déformations en surface du béton.

Les déformations en surface ont été mesurées sur deux faces opposées du poteau à l'aide de jauges électriques à fil résistant de longueur 120 mm, implantées au droit de trois ou quatre sections droites du poteau.

3,5 - PRESENTATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX.

3,51 - Comportement des poteaux et caractère des ruptures.

Nous avons observé l'apparition et l'évolution de la fissuration au cours des essais ce qui a permis d'établir le tableau 3 qui présente la charge N_f correspondant à l'apparition des premières fissures.

Les trois premiers poteaux essayés avec des charges centrées n'étaient pas fissurés au dernier palier avant rupture.

Quant aux poteaux essayés sous charges excentrées et d'après le tableau 3, nous remarquons que, dans le cas où l'excentricité relative $\frac{e_s}{h_t}$ est égale à 0,10, aucune fissure n'a été observée avant la rupture quelle que soit la valeur de $\frac{e_i}{e_s}$, tandis que dans tous les cas où l'excentricité relative est égale à 0,50, des fissures sont apparues sous une charge nettement inférieure à la charge de rupture sur les parties tendues du poteau.

Dans le cas où les excentricités supérieure et inférieure sont égales et opposées ($\frac{e_i}{e_s} = -1$) et quand l'excentricité relative $\frac{e_s}{h_t}$ est égale à 0,50, poteau DB 10, nous avons observé les fissures bien avant la rupture près d'une extrémité sur une face (figure 17) et de l'extrémité opposée sur la face opposée (figure 18).

Dans le cas où $\frac{e_i}{e_s}$ est égal à - 0,50 la figure 19 montre que les fissures sont réparties sur une seule face du poteau mais d'une façon dissymétrique par rapport à la section médiane, d'autre part la position de la section de rupture se déplace vers l'extrémité du poteau chaque fois que la valeur de l'excentricité relative $\frac{e_s}{h_t}$ augmente (voir tableau 4).

De même quand le rapport $\frac{e_i}{e_s}$ est égal à 0, nous remarquons que les fissures sont réparties sur la face Sud du poteau d'une façon dissymétrique, et que la position de la section de rupture s'éloigne de la section médiane quand l'excentricité relative augmente (voir tableau 4).

L'évolution de la fissuration, avant la rupture, sur la face Sud du poteau DB 14 est représentée par la figure 20, où les fissures sont concentrées en haut près de l'excentricité supérieure et elles n'existent plus en bas où l'excentricité inférieure est nulle.

La même remarque précédente, en ce qui concerne la répartition dissymétrique des fissures, est valable pour le poteau DB 16 ($\frac{e_i}{e_s} = 0,50$, et $\frac{e_s}{h_t} = 0,50$, figure 21), mais le nombre des fissures dans ce cas est plus grand que dans le cas précédent.

3,52 - Charges de rupture expérimentales et position de la section de rupture.

Dans le tableau 4, nous avons rassemblé les charges de rupture expérimentales des poteaux essayés et les distances des sections de rupture de ces poteaux à leurs extrémités inférieures.

Ainsi et d'après le tableau ci-dessus, nous avons représenté graphiquement (figures 22 et 23) la charge de rupture expérimentale N_{exp} en fonction du rapport des excentricités e_i / e_s et de l'excentricité relative e_s / h_t .

La figure 22 indique bien l'allure de la variation de la charge ultime expérimentale N_{exp} en fonction du rapport e_i / e_s , pour les valeurs de e_s / h_t égal à 0,50 et 0,20. Cette variation semble à peu près linéaire. Pour e_s / h_t égal à 0,10, les valeurs de N_{exp} obtenues sont anormalement basses dans le cas du rapport e_i / e_s égal à - 0,50 et 0. Ceci s'explique par une résistance du béton nettement plus faible qu'en moyenne (DB 6 : 257,5 kg/cm² et DB 7 : 270 kg/cm². (voir tableau 3).

Sur la figure 23, nous retrouvons l'anomalie signalée ci-dessus pour les deux points : $e_s / h_t = 0,10$, $e_i / e_s = 0$ et - 0,5.

Par contre, dans le cas où e_i / e_s est égal à 0,5, la résistance du béton varie peu pour les trois essais, et l'allure de la variation de N_{exp} en fonction de e_s / h_t est significative et assez voisine de celle du cas bien connu où les excentricités aux deux extrémités sont égales ($e_i / e_s = 1$).

On constate que la diminution de la charge N_{exp} quand l'excentricité e_s/h_t croît est d'autant plus faible que le rapport e_i/e_s est plus petit en valeur algébrique.

De même, et d'après le tableau 4, nous avons représenté graphiquement la distance l_{exp} de la section de rupture à une extrémité du poteau en fonction du rapport des excentricités e_i/e_s et de l'excentricité relative e_s/h_t (figures 24 et 25). Il est indifférent de représenter l_i ou l_s ; nous avons choisi cette dernière valeur, qui doit être comprise entre 0 et 0,5 ; pour les essais DB 4 et DB 5 ($e_i/e_s = -1$) il faut permuter l_i et l_s ce qui n'a aucune incidence compte tenu de la symétrie initiale. Nous remarquons sur la première figure que les lignes brisées convergent vers le point représentatif du cas de chargement où le rapport e_i/e_s est égal à 1 ; cas où la position de la section de rupture est évidemment au milieu du poteau ($l_{exp} = l/2$).

Sur la figure 25, nous remarquons aussi qu'on pourrait extrapoler jusqu'à la valeur $l_{exp}/l = 0,5$ pour $e_s/h_t = 0$. Mais dans le cas où e_i/e_s est égal à -1, les valeurs expérimentales ne semblent s'approcher de la valeur théorique $l_{exp}/l = 0$ (voir § 2,323 d) que lorsque e_s/h_t devient très grand.

3,53 - Détermination des flèches et des excentricités totales.

Les mesures que nous avons effectuées sur les mires et à l'aide de deux niveaux WILD, ne donnent pas la flèche proprement dite, à cause des deux déplacements mesurés aux points A et G qui se trouvent suffisamment proches des plateaux des articulations ; pour cela un calcul simple mais assez long a été effectué sur ordinateur en vue d'obtenir les valeurs des flèches dites "corrigées" pour les cinq sections de mesures de chaque poteau et pour toutes les étapes de chargement. Ensuite, nous avons calculé l'excentricité totale dite "observée" qui est égale à la flèche corrigée plus l'excentricité initiale. Ainsi nous pouvons tracer l'évolution de la flèche relative à chaque poteau et pour un certain nombre d'étapes de chargement (voir figure 26 par exemple).

Enfin, nous avons constaté que les déplacements latéraux sont négligeables.

4 - DISCUSSION ET INTERPRETATION DES RESULTATS

4.1 - GENERALITES.

Comme nous l'avons dit plus haut § 1, le but de cette recherche est de déterminer la déformation moyenne du poteau chargé et la charge ultime de celui-ci.

La méthode de calcul utilisée dans cette recherche nous permet de calculer non seulement la charge ultime du poteau, mais aussi l'excentricité maximale, la position de la section de rupture et les déformations relatives extrêmes de cette dernière.

Dans ce qui suit, nous allons étudier chacun de ces points et interpréter les résultats obtenus.

4.2 - DEFORMEE DU POTEAU CHARGE.

Il s'agit ici d'étudier la forme et la ligne moyenne du poteau déformé afin de confronter avec l'expérience l'hypothèse émise par WESTERGAARD et OSGOOD, selon laquelle la déformée du poteau soumis à une charge d'excentricités différentes aux extrémités est un arc de sinusoïde. Pour cela, nous avons utilisé la méthode suivante.

Par hypothèse, la déformée peut être représentée par un arc de la sinusoïde

$$y = y_M \cos \frac{\pi x}{L} \quad (7)$$

Une telle sinusoïde sera parfaitement définie si l'on connaît :

- l'amplitude maximale y_M
- la demi-longueur d'onde L
- la position de l'origine O des abscisses par rapport à une des extrémités du poteau (définie par la distance ℓ_s , par exemple).

Mais nous avons vu aux § 2,321 et 2,331 que L et ℓ_s peut s'écrire :

$$L = \ell \frac{\pi}{\arccos \frac{e_s}{y_M} - \arccos \frac{e_i}{y_M}} \quad (11)$$

$$\ell_s = \frac{\arccos \frac{e_s}{y_M}}{\arccos \frac{e_s}{y_M} - \arccos \frac{e_i}{y_M}} \quad (12)$$

La sinusoïde (7) sera donc parfaitement définie par la seule connaissance de y_M (e_i , e_s et ℓ étant données).

Par ailleurs, les valeurs des excentricités totales indiquées aux § 3,53 représentent les valeurs expérimentales y_{exp} de l'ordonnée y dans cinq sections presque équidistantes, pour chaque poteau.

A partir de ces valeurs nous pouvons tracer la courbe dite expérimentale et d'en déduire graphiquement la valeur approchée de y_M (voir figure 27 par exemple).

En partant de y_M on peut déterminer les ordonnées (y_{aj}) de la courbe dite "ajustée" (figure 28) correspondant aux cinq sections de mesure déjà déterminées.

Il est intéressant de former les rapports y_{exp} / y_{aj} et d'en calculer la moyenne arithmétique et le coefficient de variation. Le tableau 5 donne les différentes moyennes du rapport y_{exp} / y_{aj} pour chaque poteau (c'est-à-dire la moyenne des cinq sections considérées en chaque poteau) et les moyennes en fonction des rapports e_i / e_s et de la charge appliquée.

Dans les cas où ℓ_s est négatif, le sommet de la courbe "expérimentale" se trouve en dehors du poteau, et il est hasardeux d'évaluer y_M par extrapolation. Dans ce cas notre méthode est en défaut.

En examinant les chiffres établis dans le tableau précédent (5), nous pouvons constater que l'hypothèse semble d'autant meilleure que la charge appliquée s'approche de celle de rupture.

Nous avons trouvé que les valeurs du rapport y_{exp} / y_{aj} une moyenne générale très proche de 1, avec un coefficient de variation de l'ordre de 8 %, très satisfaisant s'agissant de résultats expérimentaux dans le domaine du béton armé,

ce qui démontre expérimentalement que la forme du poteau fléchi, soumis à une force extérieure d'excentricités non seulement différentes mais quelquefois opposées, peut être représentée avec une très bonne approximation par un arc de sinusoïde.

4,3 - EXPLOITATION DU PROGRAMME DE CALCUL.

La méthode et le programme de calcul utilisés dans cette recherche nous permettent de calculer non seulement la charge ultime du poteau N_{cal} mais aussi l'excentricité maximale e_{cal} , la position de la section de rupture par rapport à l'extrémité inférieure $\ell_{i cal}$ et enfin λ et μ les deux paramètres qui déterminent l'état de déformation de la section la plus sollicitée sous charge ultime.

Par ailleurs, nous avons effectué le calcul pour cinq cas différents, où nous avons introduit des valeurs différentes de la résistance à la compression du béton σ_j et du raccourcissement ϵ_u correspondant :

Cas I

$$\sigma_j \text{ et } \epsilon_u = 0,002$$

Cas II

$$\sigma_j \text{ et } \epsilon_u \text{ vrai}$$

Cas III

$$0,85 \sigma_j \text{ et } \epsilon_u = 0,002$$

Cas IV

$$\sigma_j^* \text{ et } \epsilon_u = 0,002$$

Cas V

$$\sigma_j^* \text{ et } \epsilon_u^* \text{ vrai}$$

où

σ_j : Résistance à la compression du béton mesurée sur cylindres de contrôle au jour j.

σ_j^* : Résistance à la compression du béton mesurée sur le cylindre soumis à un programme de charge et de décharge analogue à celui subi par le poteau lui-même.

ϵ_u vrai : Raccourcissement du béton mesuré sous la contrainte maximale

ϵ_u^* vrai : Raccourcissement du béton mesuré sous la contrainte maximale σ_j^*

4,4 - RESULTATS DU CALCUL DES POTEaux SOUS CHARGE EXCENTREE.

Nous nous contenterons ici d'exposer les résultats de calcul, relatif au cas I, des poteaux soumis à des charges excentrées qui sont repérés DB 4 à DB 16.

4,41 - Charge ultime.

Le tableau 6 donne les rapports de la charge ultime expérimentale à celle calculée, leurs moyennes dites partielles en fonction des rapports e_i / e_s et la moyenne générale, ainsi que le coefficient de variation de l'ensemble des valeurs N_{exp} / N_{cal} .

Nous remarquons que dans tous les cas de calcul, pour chaque groupe d'essais correspondant à une valeur donnée de e_i / e_s , la plus grande valeur du rapport N_{exp} / N_{cal} correspond à la plus grande excentricité relative $e_s / h_t = 0,50$.

On peut admettre que, plus l'excentricité est grande, plus les conditions de rupture se rapprochent de celles de la flexion simple et moins le fluage du béton y joue de rôle. Par ailleurs, les poteaux chargés avec une excentricité relative 0,50 étaient tous fissurés avant rupture. C'est donc dans ce cas que la théorie - qui néglige la résistance du béton en traction et l'effet du fluage - se rapproche le plus de la réalité.

4,42 - Excentricité maximale sous la charge ultime.

Grâce à la méthode et au programme de calcul, nous pouvons avoir la valeur de l'excentricité maximale e au moment où la rupture se produit ; ainsi nous avons obtenu les valeurs de l'excentricité maximale calculée pour chaque essai et pour les cinq cas de calcul déjà précisés. D'autre part, nous avons déterminé cette excentricité maximale dite expérimentale par une méthode graphique à partir des courbes de déformations expérimentales § 4,2.

Nous avons rassemblé les valeurs expérimentales e_{exp} et calculées e_{cal} et leurs rapports dans le tableau 7, où nous avons établi aussi les moyennes partielles du rapport e_{exp} / e_{cal} en fonction de e_i / e_s ; de même, nous avons calculé la moyenne générale et le coefficient de variation pour chaque cas de calcul.

Nous remarquons que l'accord est satisfaisant entre l'expérience et le calcul ; le fait que la moyenne des rapports $e_{\text{exp}} / e_{\text{cal}}$ soit systématiquement inférieure à 1 tient sans doute à ce que les mesures d'où est déduite la valeur e_{exp} ont été effectuées sous une charge légèrement inférieure à la charge de rupture.

4,43 - Position de la section la plus sollicitée sous charge ultime.

Dans le tableau 8, nous avons rassemblé les valeurs expérimentales et calculées réduites aux nombres sans dimension $l_{i \text{ exp}} / l$ et $\frac{l_{i \text{ cal}}}{l}$ les rapports $l_{i \text{ exp}} / l_{i \text{ cal}}$ leurs moyennes partielles (en fonction de e_i / e_s) et générale.

Nous remarquons que dans tous les cas, la valeur moyenne du rapport $l_{i \text{ exp}} / l_{i \text{ cal}}$ est nettement inférieure à 1, alors que le coefficient de variation (exception faite du cas IV) est assez faible (8 à 10 %) ce qui indique une bonne cohérence des résultats. Ceci s'explique par le fait que la section la plus sollicitée au moment de la rupture d'équilibre sous la charge ultime N_u , est celle dont on détermine la position par le calcul, mais est différente de celle dans laquelle se produit la rupture observée (écrasement du béton) qui n'est qu'une conséquence de l'augmentation rapide des déformations après le flambement. D'après l'étude théorique, nous savons que la distance l_i décroît en valeur absolue quand les flèches croissent ; par suite, la valeur $l_{i \text{ exp}}$ mesurée sera inférieure à la valeur l_i calculée.

4,5 - COMPARAISON DES DIFFERENTS CAS DE CALCUL.

Le tableau 9 rassemble les résultats obtenus en moyenne concernant la rupture (charge - excentricité, position) pour les cinq cas de calcul. L'examen des moyennes et aussi des coefficients de variation montre que les cas les plus intéressants sont les cas I et V. Le cas V n'offre pas d'intérêt en pratique car on ne peut connaître les valeurs "vraies" σ_i^* et ϵ_u^* ; seul le cas I nous semble donc à retenir.

Le cas III correspond aux conditions de calcul généralement adoptées par BROMS et VIEST, il conduit à une moyenne du rapport $N_{\text{exp}} / N_{\text{cal}}$ assez bien centrée (1,04) mais au prix d'une dispersion considérable (20 %).

5 - CONFRONTATION A D'AUTRES RESULTATS D'ESSAIS.

Nous avons trouvé dans la littérature les résultats d'essai de 15 poteaux. Les caractéristiques géométriques et mécaniques de ces poteaux ainsi que la charge de rupture et éventuellement la position de la section de rupture sont indiquées dans le tableau 10.

Le tableau 11 donne les résultats du calcul de ces poteaux par notre méthode. Les remarques déjà faites au § 4,5 concernant les valeurs des rapports N_{exp} / N_{cal} et $\ell_i exp / \ell_i cal$ s'appliquent généralement à ces résultats.

6 - RESULTATS D'ENSEMBLE CONCERNANT LE CALCUL DE LA CHARGE ULTIME.

Les 28 poteaux (13 essayés par nous, et 15 dont les charges ultimes expérimentales sont données dans la littérature) couvrent un large domaine de variation des principaux paramètres :

- élanement mécanique (de 44 à 137).
- pourcentage géométrique des aciers (de 0,56 à 4 %)
- limite d'élasticité des aciers (2800 à 5000 kg/cm²).
- résistance du béton (257 à 416 kg/cm²).
- excentricité supérieure relative (de 0,1 à 1,5).
- rapport des excentricités supérieure et inférieure (de + 0,5 à -1).

L'application du programme conduit à des valeurs du rapport N_{exp} / N_{cal} dont la distribution est indiquée à la figure 29. L'allure "normale" de l'histogramme et le faible écart-type relatif (6,7 %) nous permettent de penser que la méthode de calcul, en elle-même, est sûre. La moyenne générale (0,92) n'est malheureusement pas dans le sens de la sécurité, mais il est facile d'en tenir compte dans les coefficients de sécurité, en adoptant un coefficient de comportement égal à 1,1 tenant compte de l'écart d'environ 10 % dans le sens de l'insécurité obtenu sur la moyenne.

Par ailleurs, nous avons étudié l'influence sur la valeur du rapport N_{exp} / N_{cal} des principaux paramètres : élanement λ , pourcentage d'acier ω , résistance du béton σ_j , excentricité relative e_s / h_t , rapport des excentricités e_i / e_s (figures 30 à 34).

Il n'apparaît aucune influence des paramètres ω , $\sqrt{j}$, e_i/e_s . Pour pouvoir conclure quant à l'influence possible de λ (diminution de N_{exp}/N_{cal} pour les grandes valeurs de λ) et de e_s/h_t (augmentation de N_{exp}/N_{cal} quand e_s/h_t croît) il faudrait disposer de résultats provenant d'auteurs différents, relatifs aux poteaux de grand élancement (120 à 150), et de résultats plus nombreux dans le domaine des excentricités e_s/h_t comprises entre 0,5 et 1,5.

7 - CONCLUSION.

Les résultats des essais et des calculs effectués au cours de notre recherche nous ont permis d'aboutir aux conclusions suivantes :

1 - L'excentricité e_s de la charge à l'une des extrémités étant fixée et l'autre excentricité e_i étant variable, la charge de rupture du poteau augmente quand le rapport des excentricités e_i/e_s décroît de +1 à -1, et la position de la section de rupture se déplace du milieu du poteau à l'extrémité où est appliquée l'excentricité e_s . D'autre part, si on fait croître l'excentricité e_s , en partant de la valeur zéro, la diminution de la charge de rupture sera d'autant moins rapide que le rapport e_i/e_s sera plus proche de -1.

2 - Nous pensons avoir apporté la preuve expérimentale de la validité de la représentation de la déformée du poteau sous charge par un arc d'une sinusoïde d'équation:

$$y = y_M \cos \frac{\pi x}{L} \quad (1)$$

(où y_M et L sont des variables en fonction de la charge).

En effet, au voisinage de la charge de rupture, une courbe représentée par une telle équation s'ajuste avec une très bonne approximation à la déformée sous charge croissante qui est conforme au comportement réel du poteau.

3 - Le calcul de la charge de flambement des poteaux à section rectangulaire affectés d'excentricités différentes aux deux extrémités peut se faire au moyen d'un programme de calcul sur ordinateur utilisant les principes de la méthode FAESSL généralisée par l'introduction d'une relation non linéaire entre l'excentricité et la courbure conséquence de l'hypothèse (1). Ce programme devrait pouvoir être adapté facilement pour le calcul des poteaux de section quelconque présentant deux axes de symétrie.

4 - L'application du programme au calcul de 28 poteaux dont on connaît la charge de rupture expérimentale (soit 13 essayés par nous, et 15 dont les résultats sont donnés dans la littérature) conduit à des valeurs du rapport N_{exp} / N_{cal} dont la moyenne est de 0,92 et le coefficient de variation de 7 %. Cette dispersion remarquablement faible malgré le grand domaine de variation des paramètres - élancement, pourcentage et limite d'élasticité des aciers, résistance du béton, valeur absolue et rapport des excentricités supérieure et inférieure - permet de penser que la méthode proposée est sûre. Par ailleurs, il est facile de tenir compte du fait que la moyenne des rapports N_{exp} / N_{cal} n'est pas centrée sur 1, au moyen d'un coefficient de comportement égal à 1,1.

REFERENCES

- 1 - B. BROMS et I.M. VIEST - "Ultimate strength analysis of long hinged reinforced concrete columns". Journal of the Structural Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. Janv. 1958 Paper 1510.
- 2 - J.R. ROBINSON et S.S. MODJABI - "Flambement des poteaux en béton armé sous charge de courte durée". Annales I.T.B.T.P. n° 234 - juin 1967.
- 3 - O. BAUMANN - "Die Knickung der EisenbetonSäulen" - Laboratoire Fédéral d'essai des matériaux. Bericht nr 89 - Zurrich - 1934.
- 4 - I. MARTIN et E. OLIVIERI - "Test of slender reinforced concrete columns Bent in double curvature". Symposium on Reinforced Concrete Columns. A.C.I. Special Publication - Paper 5 - 1965.
- 5 - J.G. Mac GREGOR et S.L. BARTER - "Long eccentrically loaded concrete Columns bent in double curvature". Symposium on Reinforced concrete columns. A.C.I. special Publication. Paper 6 - 1965.
- 6 - A. MEHMEL, H. SCHWARZ, K.H. KASPAREK et J. MAKОВI - "Tragverhalten ausmittig beanspruchter Stahlbetonruckglieder". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Heft 204 - Berlin 1969.

TABLEAU I

Résultats numériques de la relation excentricité-courbure pour quelques valeurs du rapport e_i/e_s

$\frac{e_i}{e_s}$	COURBE équation (20)	Point $e = e_s$			$e \rightarrow \infty$ Asymptote Equ. (21)
		$(\frac{1}{r})^*$ Equ. (20)	L^* Equ. (15)	tangente $de/d(\frac{1}{r})$	
1	$\frac{1}{r} = \frac{4e}{\rho^2} (\arccos \frac{e_s}{e})^2$	0	∞	$\frac{\rho^2}{8}$	$e = \frac{4}{\pi} e_s + \frac{\rho^2}{\pi^2} \frac{1}{r}$
$\frac{\pi}{2} - 1$ $\approx 0,571$		$0,094 \frac{\pi^2}{\rho^2} e_s$	$3,26\rho$	0	$e = e_s + \frac{\rho^2}{\pi^2} \frac{1}{r}$
$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{9} \frac{\pi^2}{\rho^2} e_s$	3ρ	0	$e = \frac{3}{\pi} e_s + \frac{\rho^2}{\pi^2} \frac{1}{r}$
0	$\frac{1}{r} = \frac{e}{\rho^2} (\arccos \frac{e_s}{e} + \frac{\pi}{2})^2$	$\frac{1}{4} \frac{\pi^2}{\rho^2} e_s$	2ρ	0	$e = \frac{2}{\pi} e_s + \frac{\rho^2}{\pi^2} \frac{1}{r}$
$-\frac{1}{2}$		$\frac{4}{9} \frac{\pi^2}{\rho^2} e_s$	$\frac{3\rho}{2}$	0	$e = \frac{1}{\pi} e_s + \frac{\rho^2}{\pi^2} \frac{1}{r}$
-1	droite $\frac{1}{r} = \frac{\pi^2}{\rho^2} e \geq e_s$	$\frac{\pi^2}{\rho^2} e_s$	ρ	0 ou $\frac{\rho^2}{\pi^2}$	$e = \frac{\rho^2}{\pi^2} \frac{1}{r}$
$e_i = e_s = 0$	droite $\frac{1}{r} = \frac{\pi^2}{\rho^2} e > 0$	0	ρ	$\frac{\rho^2}{\pi^2}$	-

TABLEAU 2

Résultats des essais sur le béton des éprouvettes de contrôle
(contraintes en kgf/cm² ; déformations en millionnièmes).

Essai	σ'_j	σ'_j	$\sigma'_j +$	σ_j	ϵ'_u	ϵ'_u	ϵ'_r	E_i
DB ₁	325			26,6	2 239		95	303 000
DB ₂	371,5			30,1	2 027		55	325 000
DB ₃	393,5			29,5	1 993		65	330 000
DB ₄	321			25,0	1 895		60	300 000
DB ₅	282			20,1	2 125		130	308 000
DB ₆	257,5			27,0	1 779			327 000
DB ₇	270			27,1	1 833		45	304 000
DB ₈	364	332,25		31,5	2 395	2 156	160	335 000
DB ₉	331,5	312,5	480	30,6	2 187	2 625	140	326 000
DB ₁₀	410	378,5	505	31,3	2 416	2 495	150	315 000
DB ₁₁	387	375	387	31,5	2 104		140	342 000
DB ₁₂	401	318	458	24,2	2 270		125	337 000
DB ₁₃	398	412,5	421	33,0	2 147	2 385	130	342 000
DB ₁₄	416,5	376,5	476	34,5	2 041		145	350 000
DB ₁₅	394	432	454	30,8	2 354	3 180	90	330 000
DB ₁₆	372,5	395	454	31,1	2 104	3 750	110	337 000

* Résistance ultime du béton mesurée sur le cylindre soumis à un programme de chargement et de déchargement analogue à celui subi par le poteau lui-même.

+ Résistance ultime du béton des têtes du poteau.

TABLEAU 3
CHARGE D'APPARITION DES PREMIERES FISSURES N_f .

Essai N°	$\frac{e_i}{e_s}$	$\frac{e_s}{h_t}$	σ'_j kg/cm ²	N_f (tonnes)	N_{exp} (tonnes)
DB ₁	0	0	325	*	110
DB ₂		0	371,5	*	105
DB ₃		0	393,5	*	107,5
DB ₄	-1	0,10	321	*	95
DB ₅		0,20	282	*	85
DB ₉		0,20	331,5	80	85
DB ₁₀		0,50	410	45	65
DB ₆	-0,50	0,10	257,5	*	75
DB ₁₁		0,20	382,5	*	77,5
DB ₁₂		0,50	401	40	51,5
DB ₇	0	0,10	270	*	67,5
DB ₁₃		0,20	398	60	65
DB ₁₄		0,50	416,5	30	37,5
DB ₈	0,50	0,10	364	*	70
DB ₁₅		0,20	394	50	52,5
DB ₁₆		0,50	372,5	20	29,5

* pas de fissures au dernier palier de charge avant la rupture.

TABLEAU 4
CHARGE DE RUPTURE EXPERIMENTALE ET POSITION
DE LA SECTION DE RUPTURE.

Essai N°	$\frac{e_i}{e_s}$	$\frac{e_s}{h_t}$	σ'_j kg/cm ²	N _{exp} (t)	$\frac{l_{i \text{ exp}}}{l}$	$\frac{l_{s \text{ exp}}}{l}$
DB ₁	0	0	325	110	0,50	
DB ₂		0	371,5	105	0,46	
DB ₃		0	393,5	107,5	0,46	
DB ₄	-1	0,10	321	95	(0,28)	0,72
DB ₅		0,20	282	85	(0,18)	0,82
DB ₉		0,20	331,5	85	0,80	
DB ₁₀	-0,50	0,50	410	65	0,91	
DB ₆		0,10	257,5	75	0,59	
DB ₁₁		0,20	382,5	77,5	0,61	
DB ₁₂	0	0,50	401	51,5	0,72	
DB ₇		0,10	270	67,5	0,50	
DB ₁₃		0,20	398	65	0,60	
DB ₁₄	0,50	0,50	416,5	37,5	0,67	
DB ₈		0,10	364	70	0,50	
DB ₁₅		0,20	394	52,5	0,52	
DB ₁₆		0,50	372,5	29,5	0,57	

$l_{s \text{ exp}}$: distance de la section de rupture à l'extrémité supérieure du poteau.

$l_{i \text{ exp}}$: distance à l'extrémité inférieure.

TABLEAU 5
RESULTATS DE y_{exp} / y_{aj} ET LEURS MOYENNES

Essai N°	$\frac{e_i}{e_s}$	$\frac{e_s}{h_t}$	y_{exp} / y_{aj}		Moyenne partielle	Moyenne générale	Coefficient de variation
			Pour 2/3	Juste avant N _{exp} la rupture			
DB ₄		0,10	-	1,13			
DB ₅		0,20	-	-			
DB ₉	-1	0,20	-	1,01	1,067		
DB ₁₀		0,50	-	-			
DB ₆		0,10	-	0,98			
DB ₁₁	-0,50	0,20	-	1,02	1,000	0,996	8 %
DB ₁₂		0,50	-	1,01			
DB ₇		0,10	-	1,00			
DB ₁₃	0	0,20	0,91	1,01	0,998		
DB ₁₄		0,50	0,99	0,98			
DB ₈		0,10	-	0,97			
DB ₁₅	0,50	0,20	1,01	1,01	0,979		
DB ₁₆		0,50	0,97	0,96			
Moyenne en fonction de la charge			0,969	1,006			

TABLEAU 6

RAPPORTS DE N_{exp}/N_{cal} ET LEURS MOYENNESCAS I ($\sigma'_j \cdot \varepsilon'_u = 0,002$)

Essai N°	$\frac{e_i}{e_s}$	$\frac{e_s}{h_t}$	$\frac{N_{exp}}{B \cdot \sigma'_j}$	$\frac{N_{cal}}{B \cdot \sigma'_j}$	$\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$	Moyenne partielle	Moyenne générale	Coeff. de Var.
DB ₄		0,10	0,658	0,753	0,874			
DB ₅		0,20	0,670	0,712	0,941			
DB ₉	-1	0,20	0,570	0,684	0,833	0,901		
DB ₁₀		0,50	0,352	0,369	0,954			
DB ₆		0,10	0,647	0,677	0,956			
DB ₁₁	-0,50	0,20	0,450	0,508	0,886	0,974		
DB ₁₂		0,50	0,285	0,264	1,080		0,929	6,9 %
DB ₇		0,10	0,556	0,597	0,931			
DB ₁₃	0	0,20	0,363	0,409	0,888	0,940		
DB ₁₄		0,50	0,205	0,205	1,000			
DB ₈		0,10	0,427	0,497	0,859			
DB ₁₅	0,50	0,20	0,296	0,328	0,902	0,913		
DB ₁₆		0,50	0,176	0,180	0,978			

TABLEAU

RAPPORTS DE $e_{\text{exp}}/e_{\text{cal}}$ ET LEURS MOYENNES
CAS I ($\sigma'_j, \varepsilon'_u = 0,002$).

Essai N°	$\frac{e_i}{e_s}$	$\frac{e_s}{h_t}$	$\frac{e}{h_t}$		$\frac{e_{\text{exp}}}{e_{\text{cal}}}$	Moyenne partielle	Moyenne générale	Coeff. de Var.
			exp.	cal.				
DB ₄		0,10	0,107	0,100	1,070			
DB ₅	-1	0,20	0,200	0,200	1,000	1,030		
DB ₉		0,20	0,210	0,200	1,050			
DB ₁₀		0,50	0,500	0,500	1,000			
DB ₆		0,10	0,167	0,176	0,949			
DB ₁₁	-0,50	0,20	0,233	0,238	0,979	0,944	0,976	9 %
DB ₁₂		0,50	0,520	0,575	0,904			
DB ₇		0,10	0,182	0,201	0,905			
DB ₁₃	0	0,20	0,283	0,273	1,037	0,925		
DB ₁₄		0,50	0,600	0,721	0,832			
DB ₈		0,10	0,227	0,221	1,027			
DB ₁₅	0,50	0,20	0,353	0,322	1,096	0,985		
DB ₁₆		0,50	0,693	0,832	0,833			

TABLEAU 8

RAPPORTS DE li exp/li cal ET LEURS MOYENNES

CAS I (σ'_j , $\epsilon'_u = 0,002$)

Essai N°	$\frac{e_i}{e_s}$	$\frac{e_s}{h_t}$	li / l		$\frac{\text{li exp}}{\text{li cal}}$	Moyenne partielle	Moyenne générale	Coeff. de Var.
			exp	cal				
DB ₄		0,10	0,72	1,00	0,72			
DB ₅	-1	0,20	0,82	1,00	0,82	0,81		
DB ₉		0,20	0,80	1,00	0,80			
DB ₁₀		0,50	0,91	1,00	0,91			
DB ₆		0,10	0,59	0,66	0,89			
DB ₁₁	-0,50	0,20	0,61	0,78	0,78	0,86		
DB ₁₂		0,50	0,72	0,80	0,90		0,87	8 %
DB ₇		0,10	0,50	0,60	0,83			
DB ₁₃	0	0,20	0,60	0,68	0,88	0,91		
DB ₁₄		0,50	0,67	0,66	1,02			
DB ₈		0,10	0,50	0,55	0,91			
DB ₁₅	0,50	0,20	0,52	0,58	0,90	0,93		
DB ₁₆		0,50	0,57	0,58	0,98			

TABLEAU 10

CARACTERISTIQUES MECANQUES ET GEOMETRIQUES DES ESSAIS ETRANGERS

Repère	$\frac{e_i}{e_s}$	$\frac{e_s}{h_t}$	Section cm x cm	l cm	λ	α	$\bar{\omega}$ %	σ_e kg/cm ²	σ'_j kg/cm ²	N _{exp} tonnes	l _{i exp}
Essais de O. BAUMANN											
19 E	0	0,166	13 x 25	321	85	-	1	2993	243	39,5	-
26 F	0	0,166	25 x 25,2	316	44	-	1	2870	303	135	-
32 I	0	0,166	25 x 25	316	44	-	2	2870	280	137,5	-
Essais de MARTIN et OLIVIERI											
412-1	-0,50	0,211	9 x 12,7	360	137	0,60	2,5	2810	343	12,0	191
412-2	-0,50	0,211	9 x 12,7	360	137	0,60	2,5	2810	255	9,1	184
422-1	-0,50	0,388	9 x 12,7	360	137	0,60	2,5	2810	356	9,5	241
422-2	-0,50	0,388	9 x 12,7	360	137	0,60	2,5	2810	262	7,7	238
432-1	-0,50	0,282	9 x 12,7	360	137	0,60	2,5	2810	380	9,8	245
432-2	-0,50	0,282	9 x 12,7	360	137	0,60	2,5	2810	270	9,5	230
Essais de MAC GREGOR et BARTER											
A-1	-1	0,20	6,35x11,2	173	81	0,82	4	3140	343	17,2	137
A-2	-1	0,20	6,35x11,2	173	81	0,82	4	3140	333	17,25	140
B-1	-1	1,50	6,35x11,2	173	81	0,82	4	3140	296	3,4	173
B-2	-1	1,50	6,35x11,2	173	81	0,82	4	3140	332	3,2	173
Essais de A. MEHMEL											
6.1	0	0,167	15,9x25,4	210	50	0,69	0,56	5000	359*	95,8	-
6.2	0	0,500	15,7x25,3	320	74,9	0,68	0,56	5000	374*	35,0	-

* Essais de MEHMEL : résistance du béton $\sigma'_j = 0,83 \sigma'_b$
 (σ'_b = résistance mesurée sur cubes de 20 cm d'arête)

TABLEAU 11

RESULTATS DE CALCUL DES ESSAIS ETRANGERS

Repère	$\frac{e_i}{e_s}$	$\frac{e_s}{h_t}$	$\frac{N_{cal}}{B\sigma'_j}$	$\frac{e_{cal}}{h_t}$	$\frac{l_{ical}}{l}$	$\frac{N_{exp}}{N_{cal}}$	$\frac{l_{i exp}}{l_{i cal}}$
Essais de O. BAUMANN							
19 E	0	0,166	0,565	0,228	0,68	0,885	-
26 F	0	0,166	0,796	0,167	0,93	0,888	-
32 I	0	0,166	0,808	0,167	0,93	0,972	-
Essais de MARTIN et OLIVIERI							
412-1	- 0,5	0,211	0,360	0,266	0,75	0,850	0,71
412-2	- 0,5	0,211	0,395	0,277	0,74	0,791	0,69
422-1	- 0,5	0,388	0,247	0,493	0,75	0,945	0,89
422-2	- 0,5	0,388	0,288	0,516	0,75	0,893	0,88
432-1	- 0,5	0,282	0,292	0,342	0,77	0,773	0,88
432-2	- 0,5	0,282	0,333	0,358	0,7	0,924	0,8
Essais de MAC GREGOR et BARTER							
A-1	- 1	0,20	0,791	0,20	1,0	0,891	0,79
A-2	- 1	0,20	0,775	0,20	1,0	0,940	0,81
B-1	- 1	1,50	0,159	1,50	1,0	1,016	1,00
B-2	- 1	1,50	0,145	1,50	1,0	0,935	1,00
Essais de A. MEHMEL							
6-1	0	0,167	0,710	0,178	0,90	0,931	-
6-2	0	0,500	0,230	0,577	0,79	1,026	-

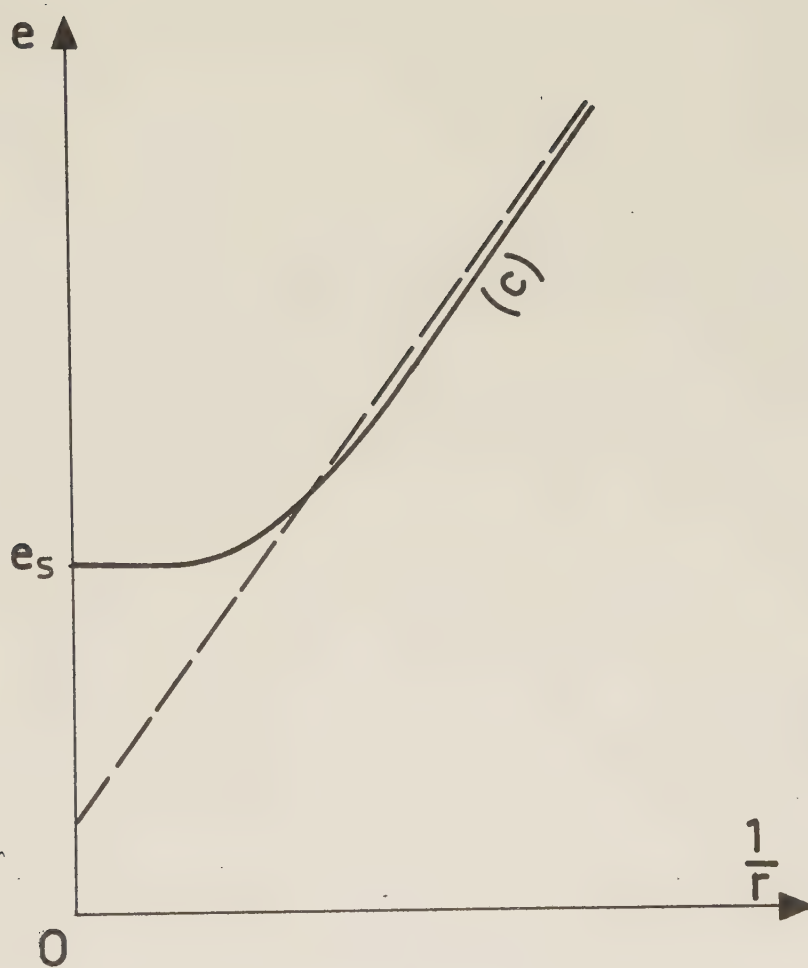


FIGURE 2 - COURBE REPRESENTATIVE (C) DE LA RELATION ENTRE L'EXCENTRICITE ET LA COURBURE.

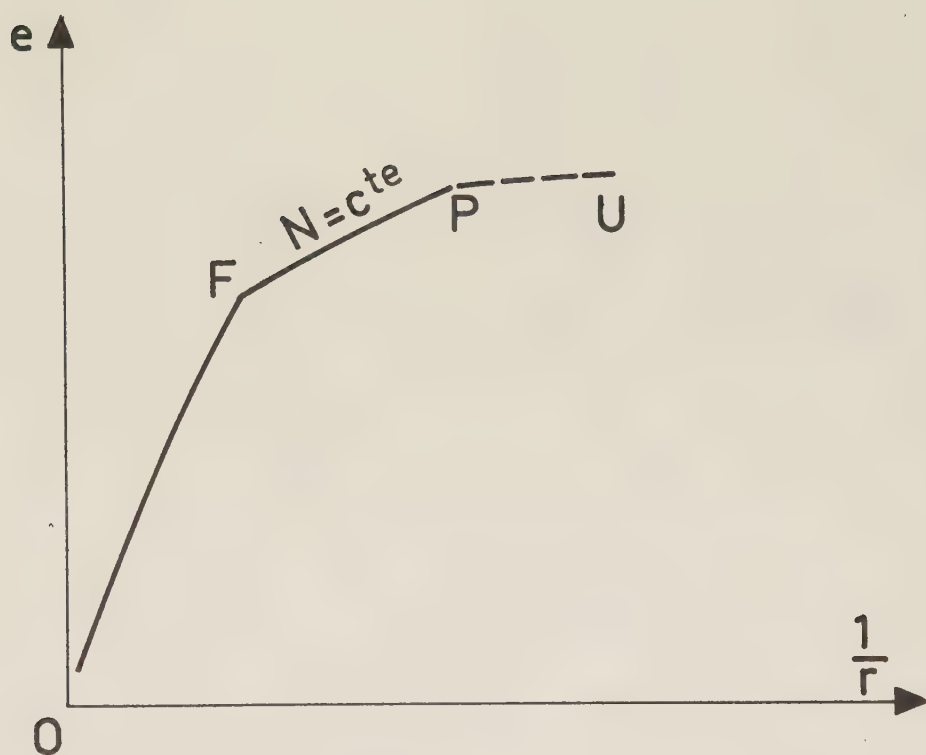


FIGURE 3 - ALLURE GENERALE D'UNE LIGNE DE NIVEAU $N = C^{te}$.

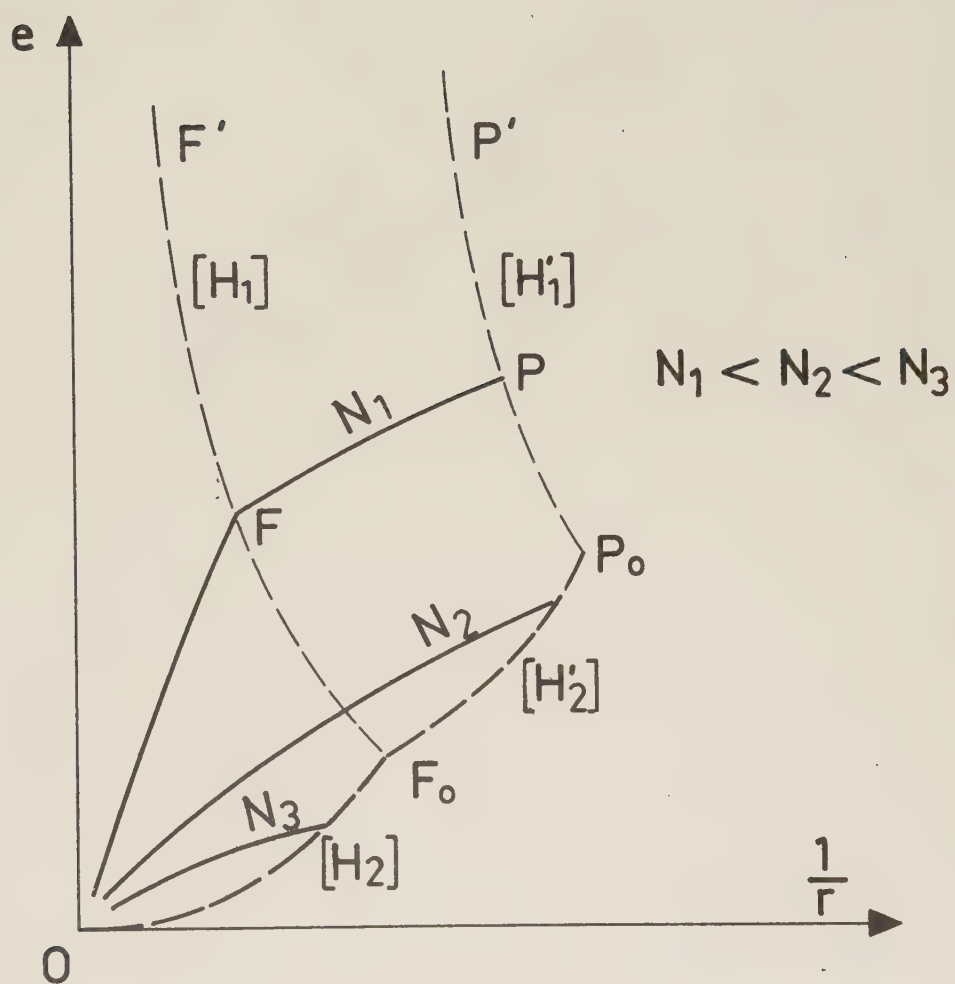


FIGURE 4 - LIMITES DU DOMAINE DE RESISTANCE DE LA SECTION D'UN POTEAU EN BETON ARME.

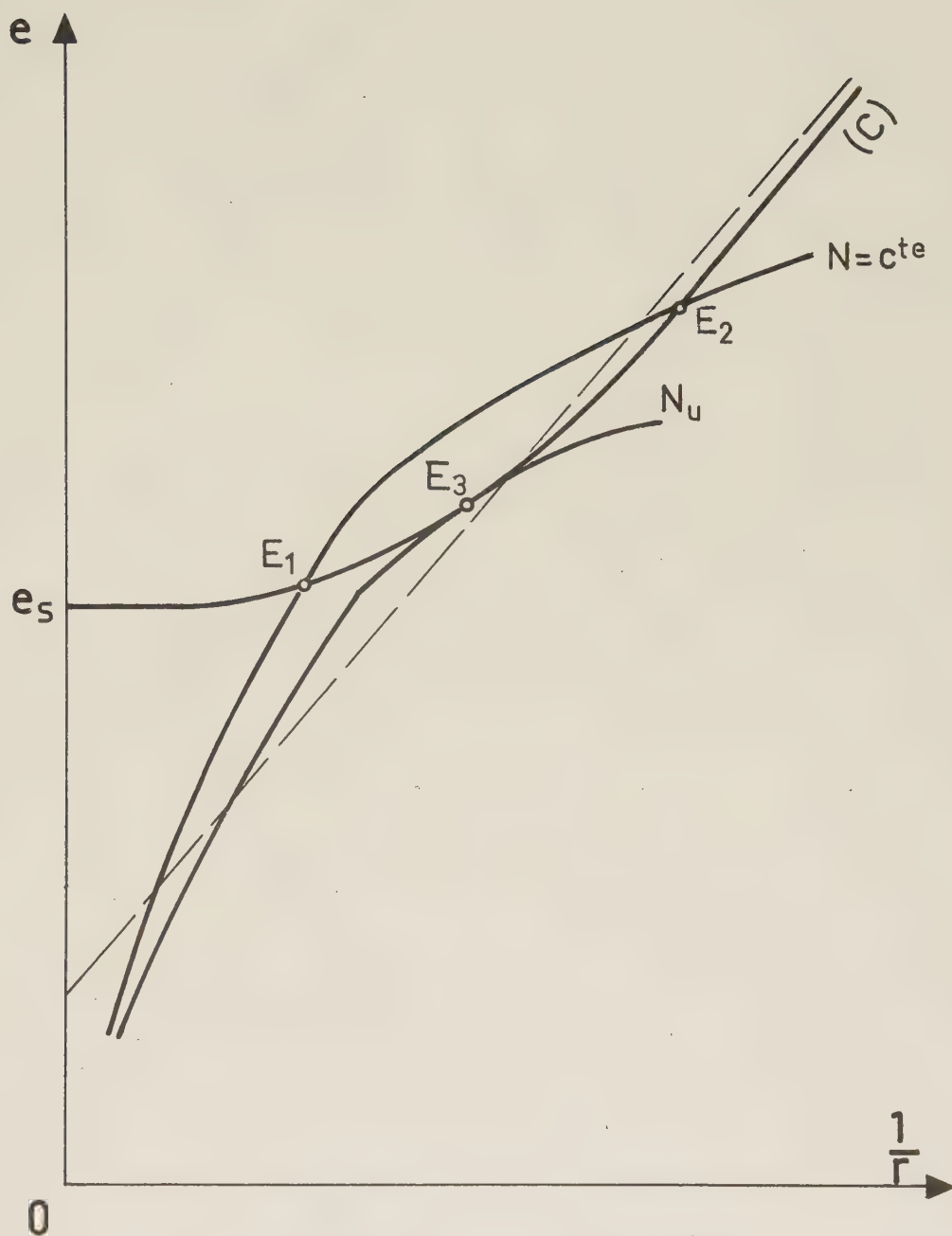


FIGURE 5 - EQUILIBRE ULTIME D'UN POTEAU SOUS CHARGE AVEC EXCENTRICITES DIFFERENTES AUX DEUX EXTREMITES.

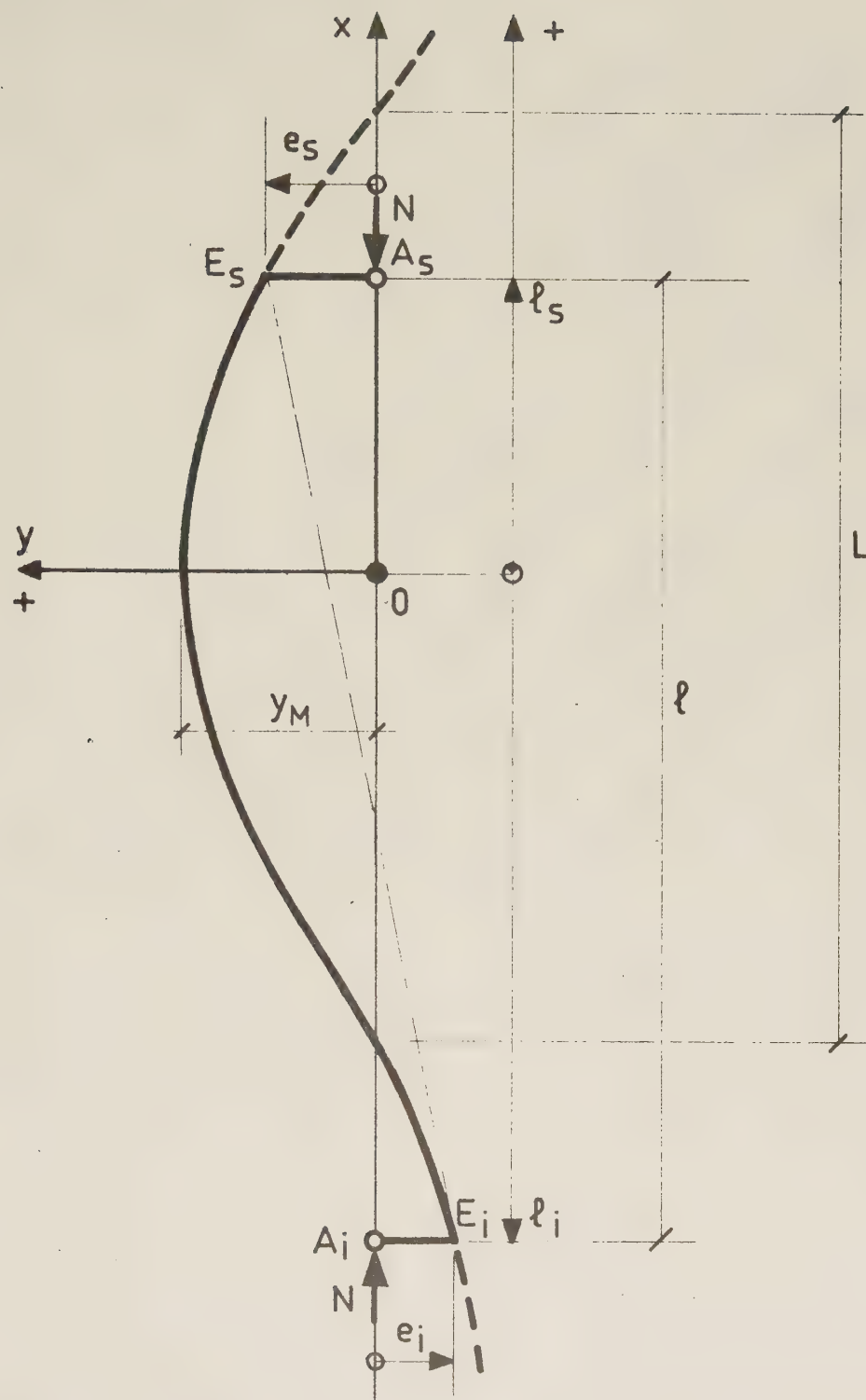


FIGURE 6- REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA DEFORMEE PAR UN ARC DE SINUSOIDE.

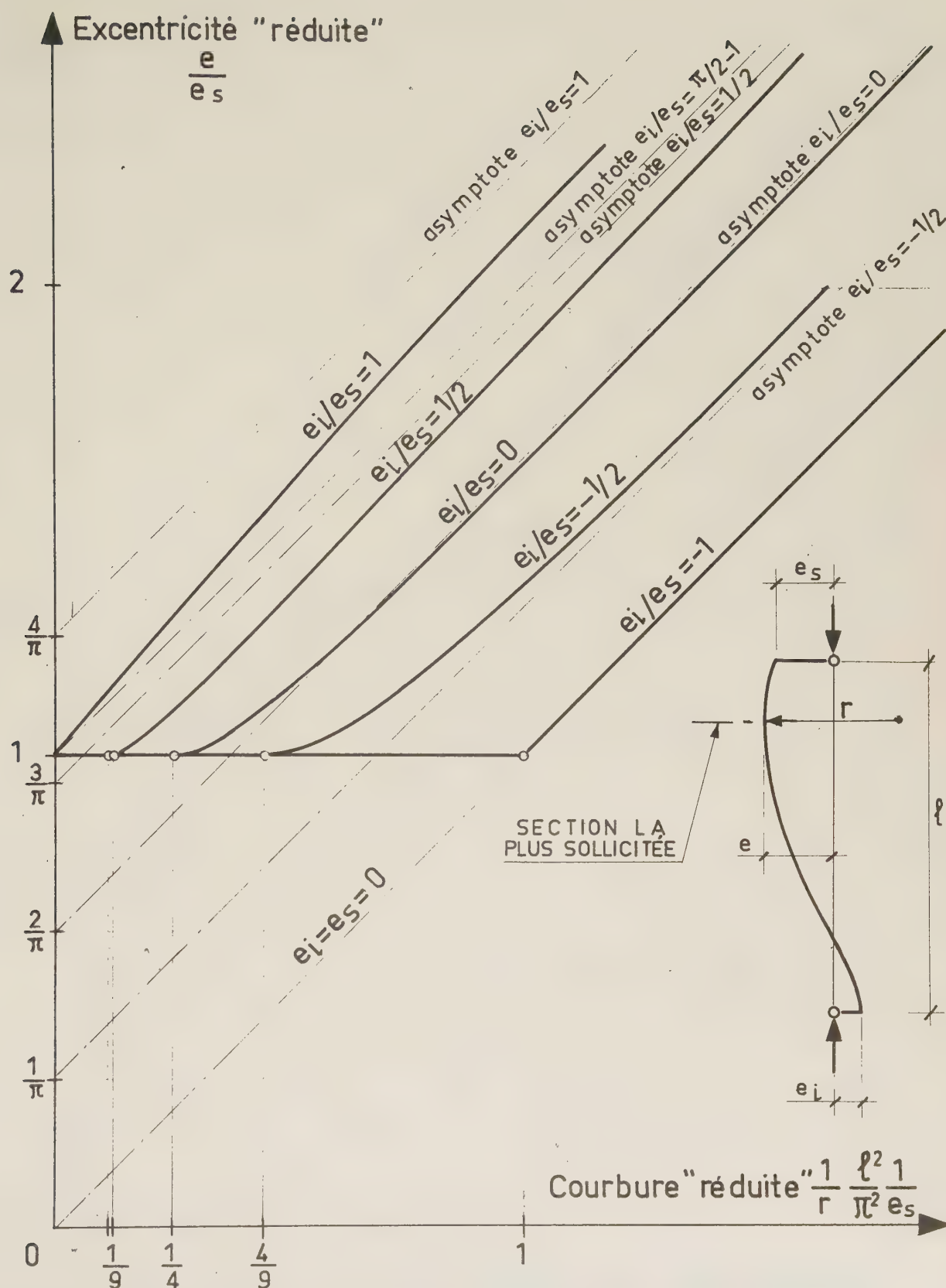


FIGURE 7 - REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA RELATION GEOMETRIQUE ENTRE L'EXCENTRICITE ET LA COURBURE POUR DIVERSES VALEURS DU RAPPORT e_i/e_s .

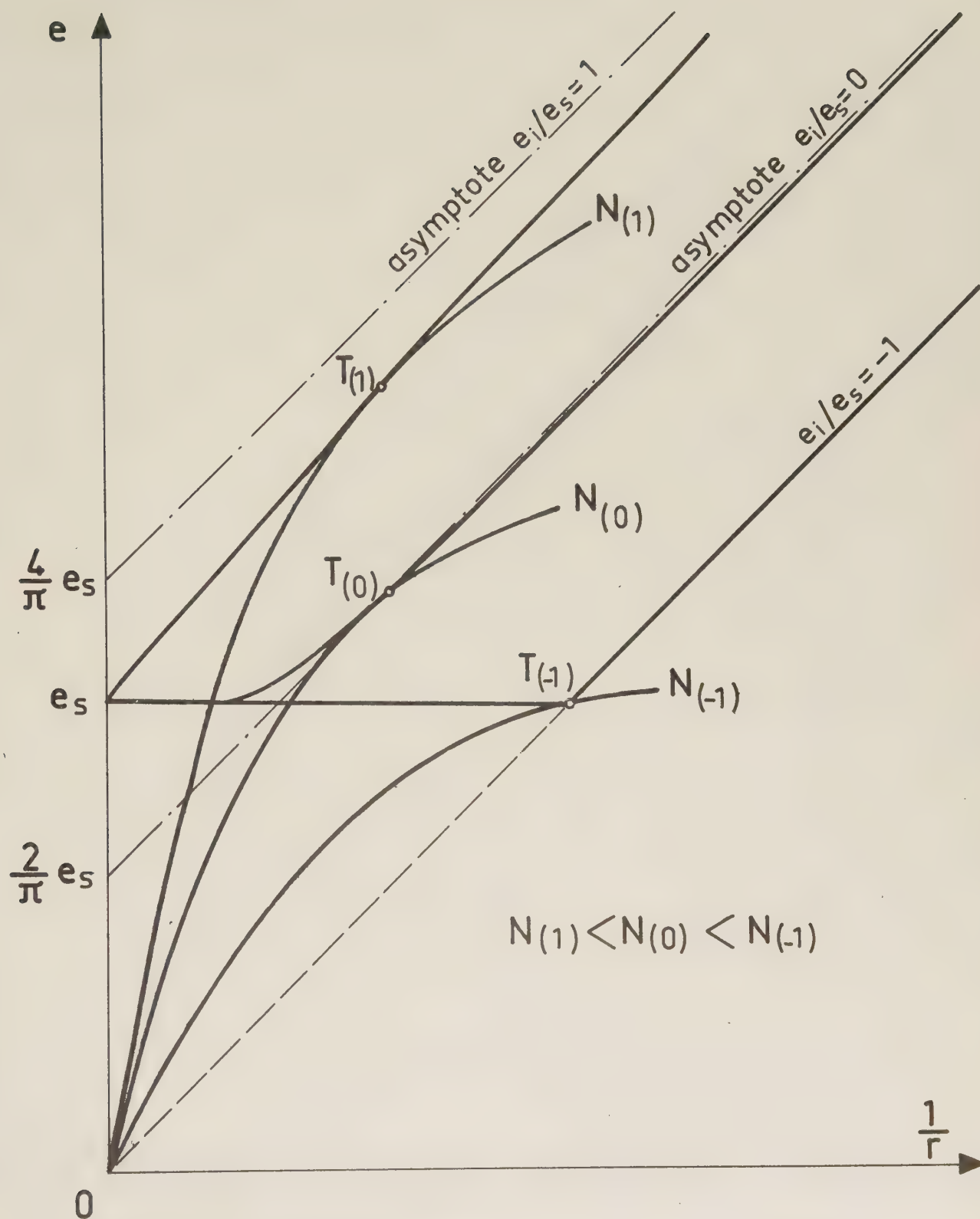


FIGURE 8 - ETUDE GRAPHIQUE DES CONDITIONS D'EQUILIBRE ULTIME QUAND LE RAPPORT e_i/e_s VARIE.

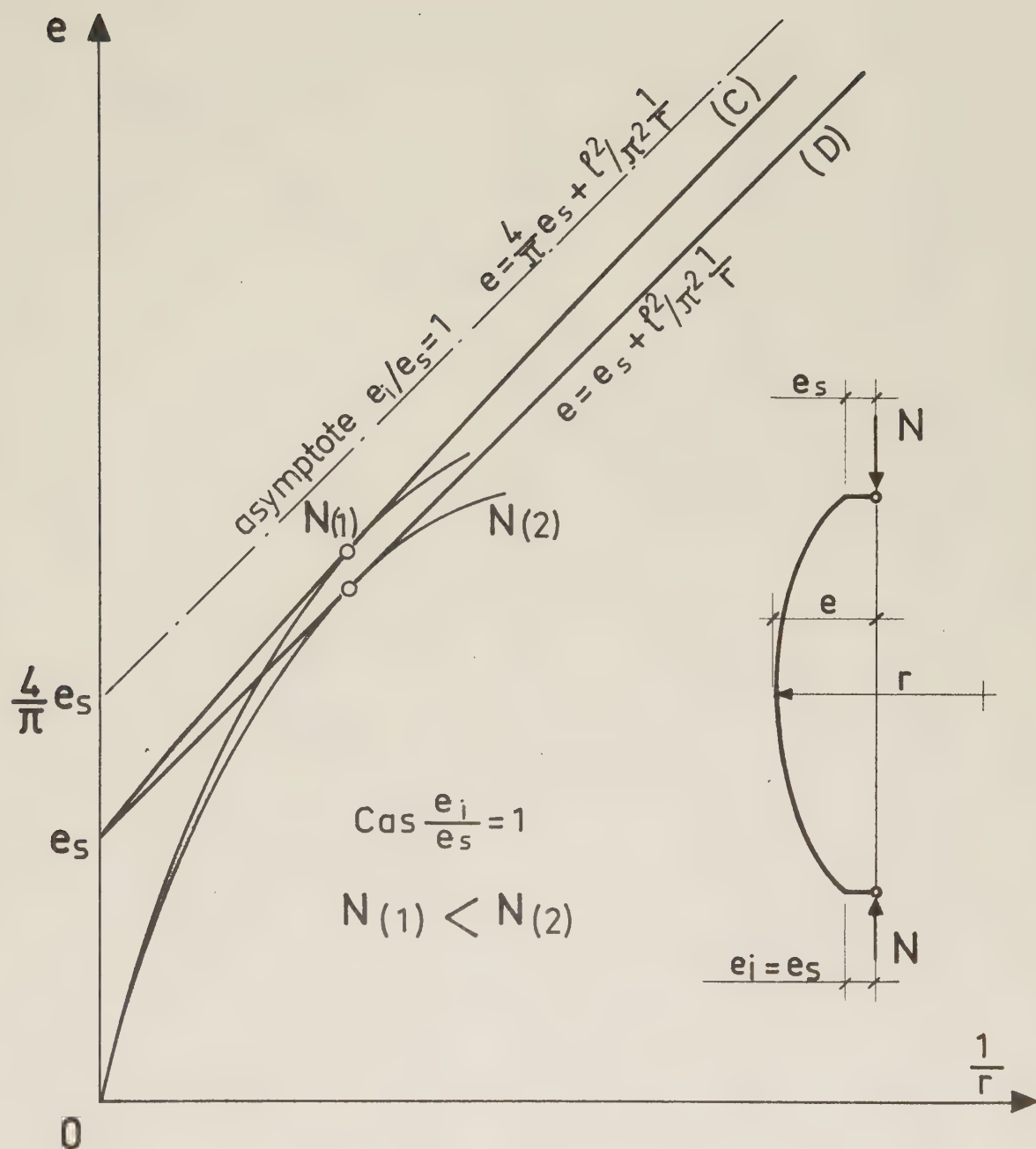


FIGURE 9 - COMPARAISON GRAPHIQUE DES CONDITIONS D'EQUILIBRE DANS LE CAS $e_i/e_s = 1$ SELON DEUX HYPOTHESES SUR LA DEFORMATION

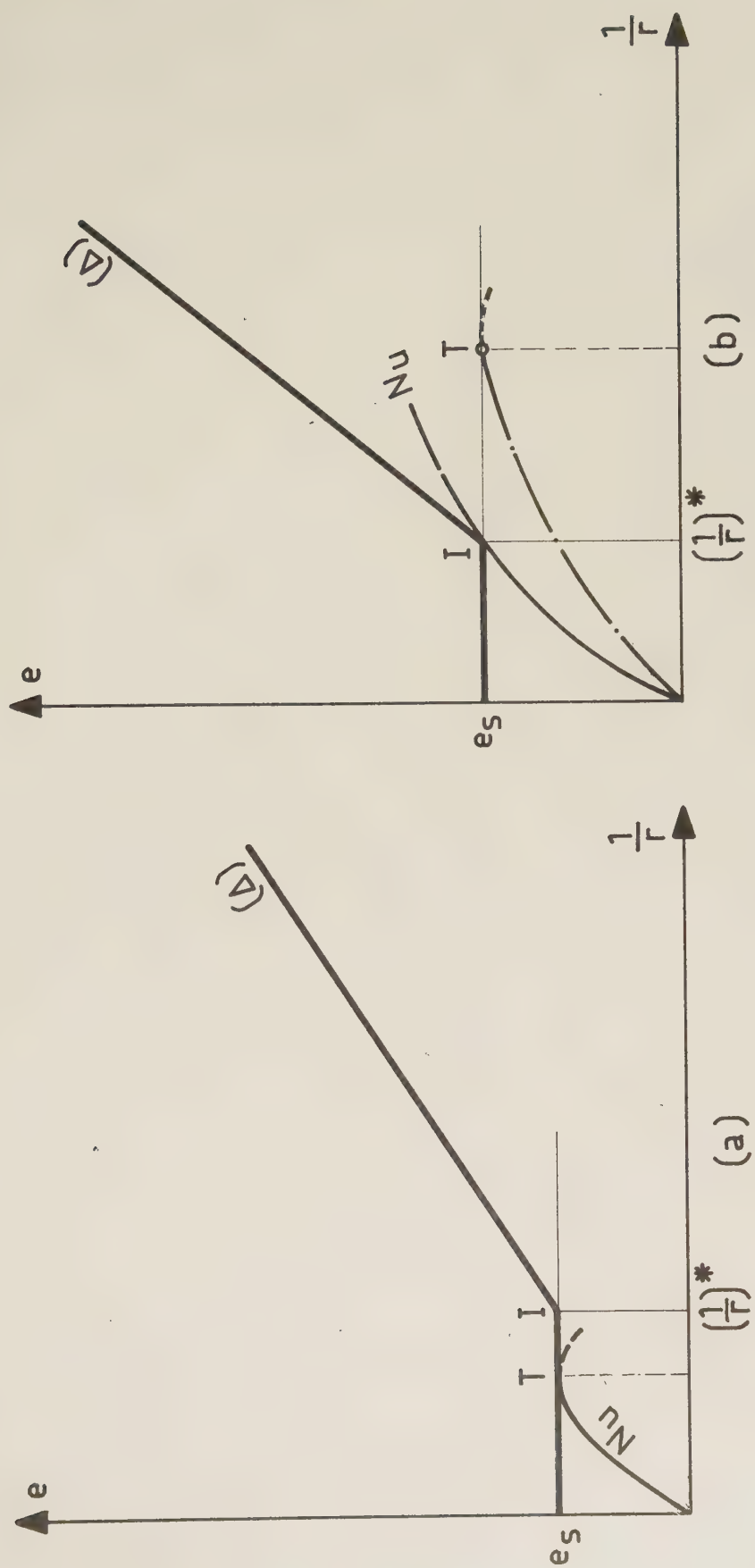


FIGURE 10 - CONDITIONS D'EQUILIBRE ULTIME DANS LE LE CAS $e_i/e_s = -1$.

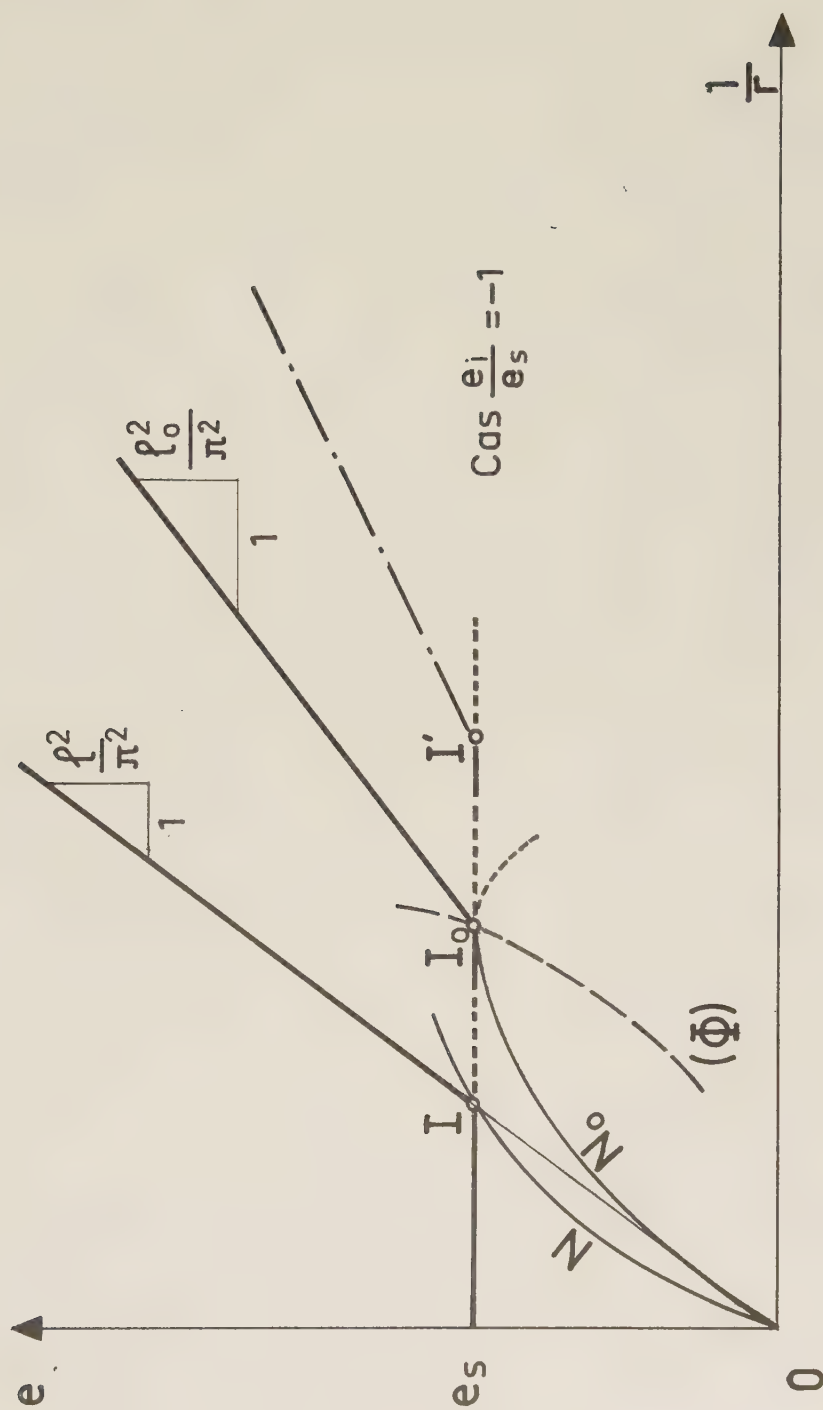


FIGURE 11 - INFLUENCE DE L'ELANCEMENT DANS LE CAS $e_1/e_g = -1$.

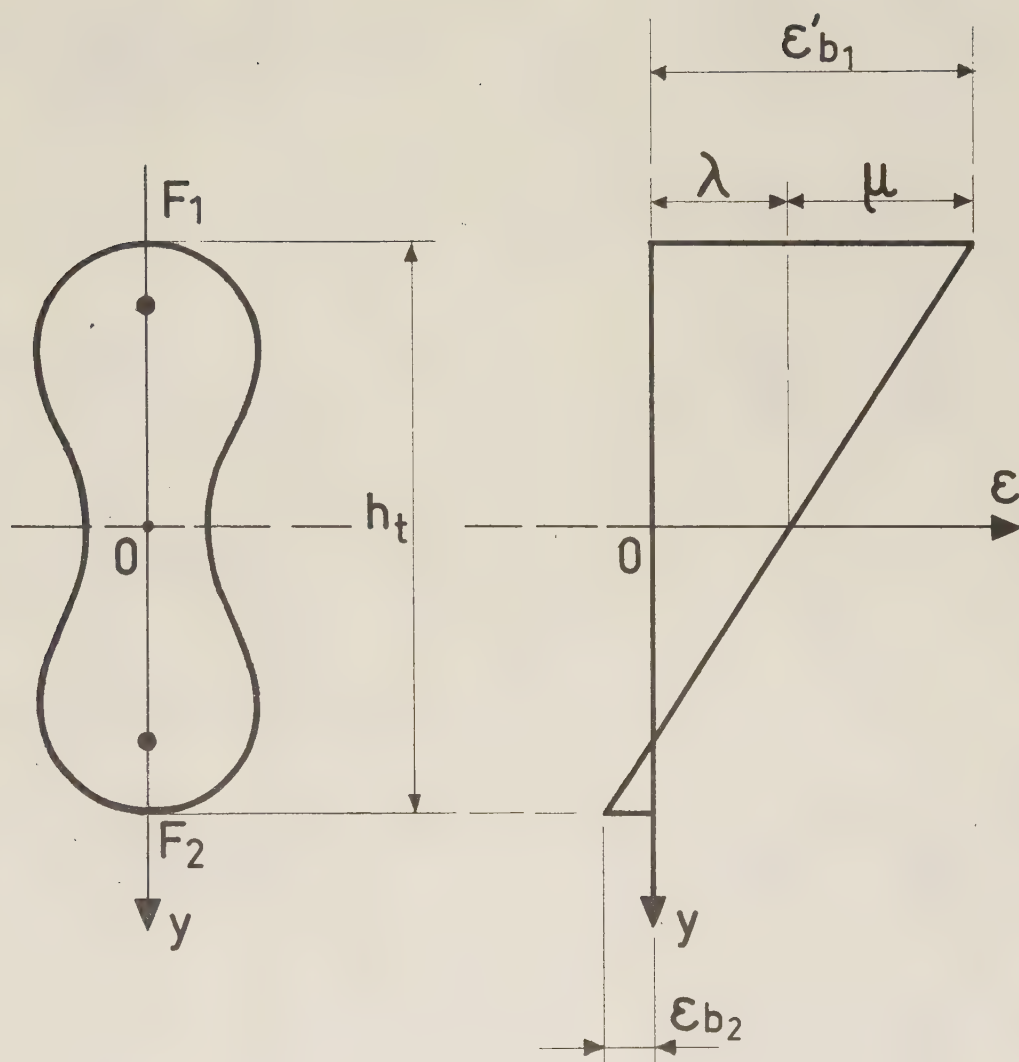


FIGURE 12- SECTION DOUBLEMENT SYMETRIQUE - ETAT DE DEFORMATION.

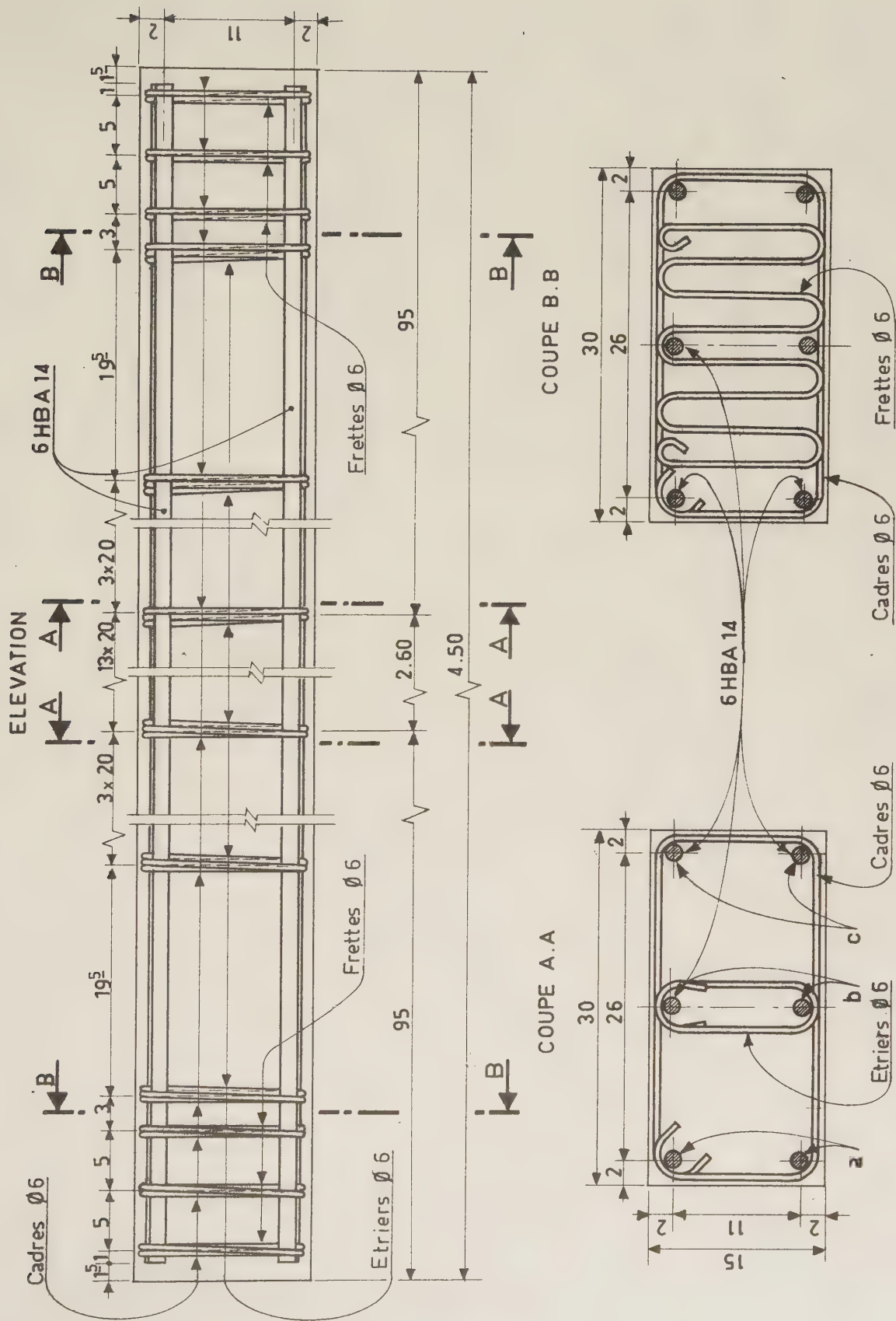


FIGURE 13 - FERRAILLAGE DES POTEAUX.

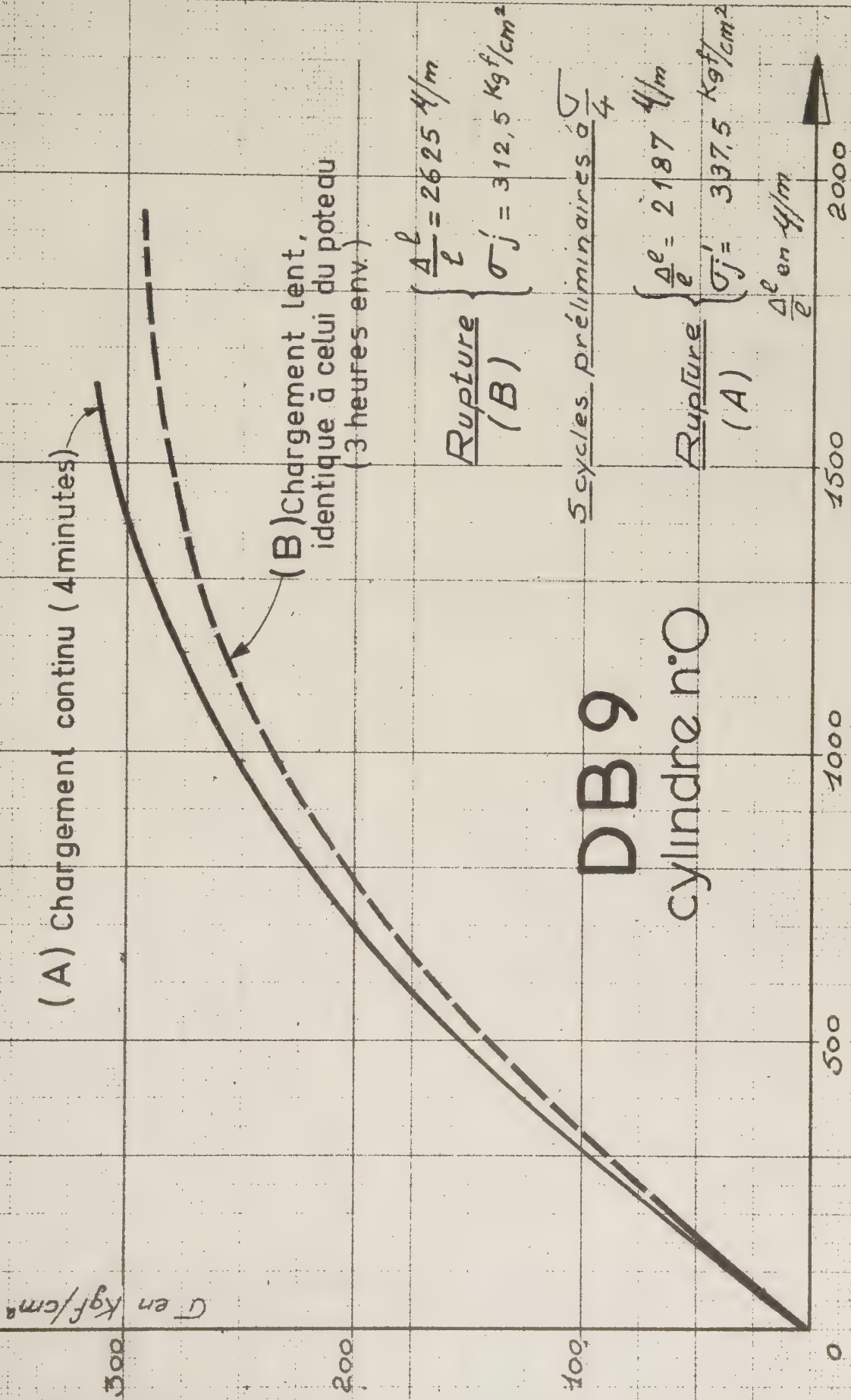


FIGURE 14 - DIAGRAMMES CONTRAINTES-DEFORMATIONS DU BETON DU POTEAU DB 9

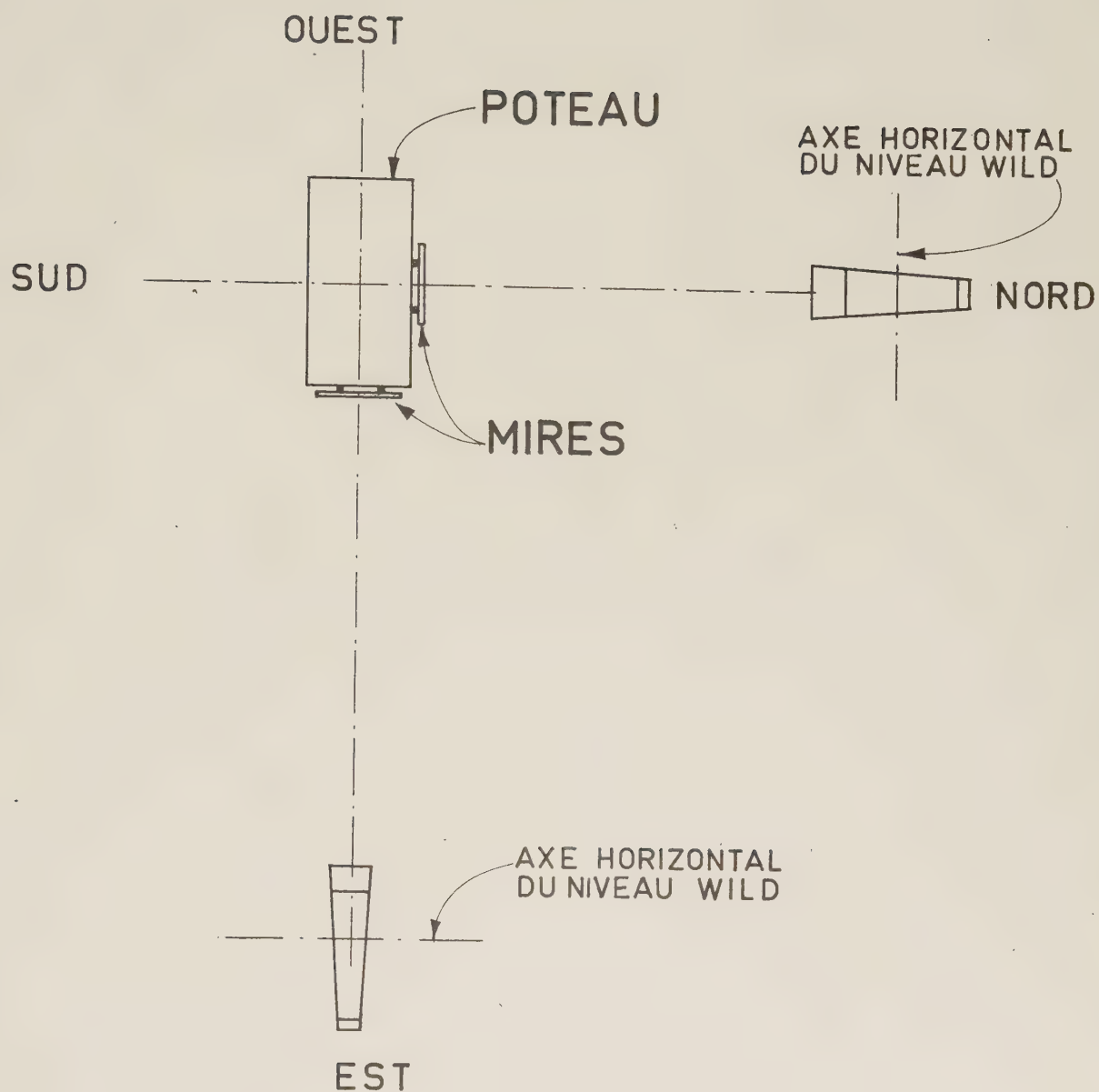


FIGURE 15 - PLAN DE POSITION DU POTEAU ET DES DEUX NIVEAUX WILD.

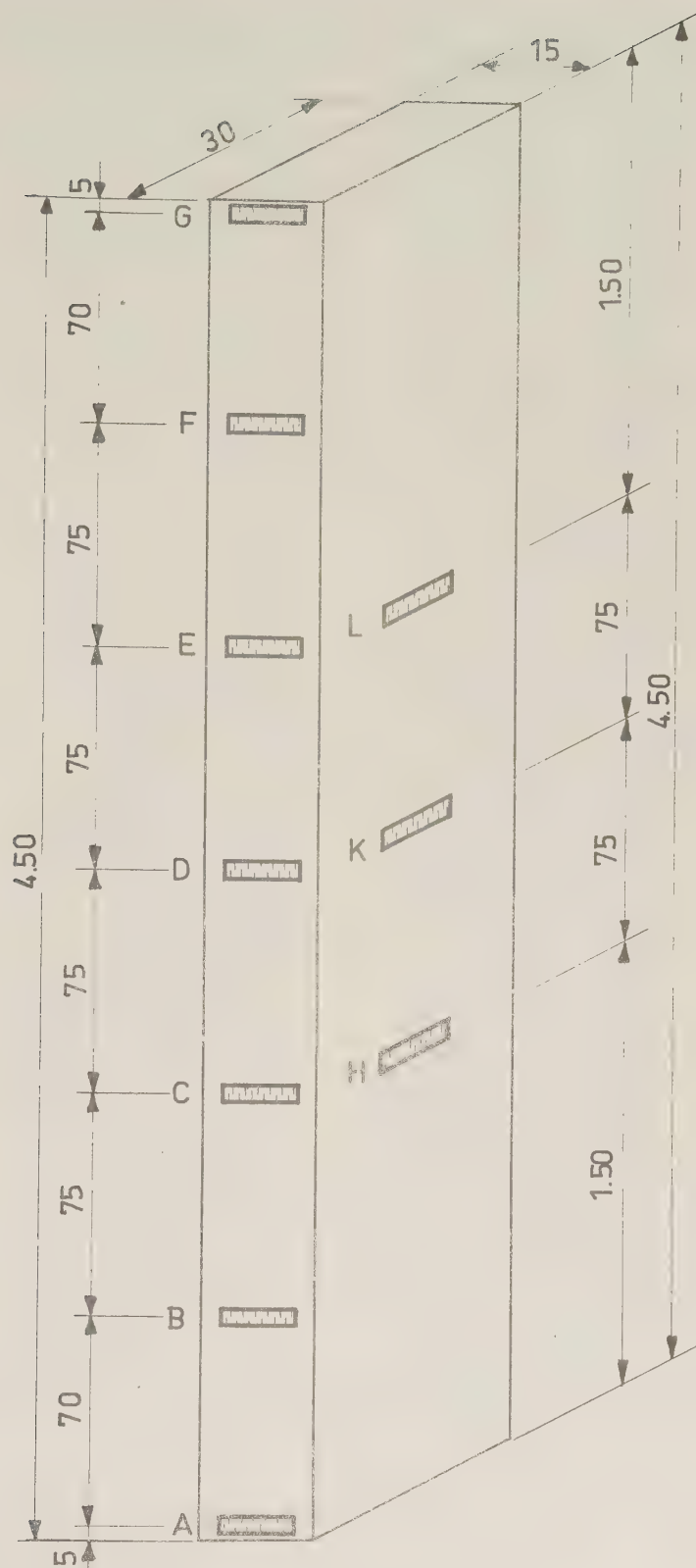
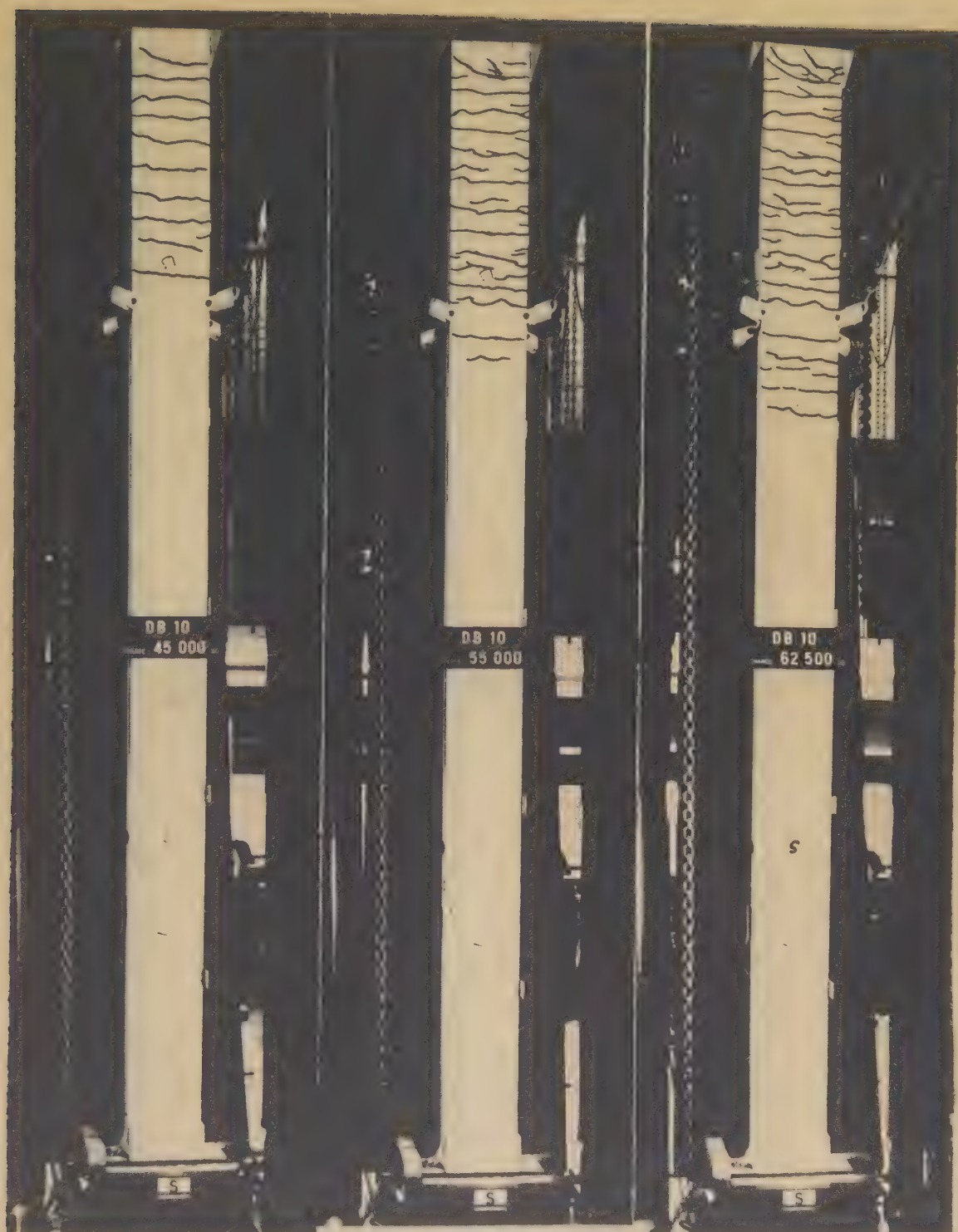


FIGURE 16 - Emplacement des mires

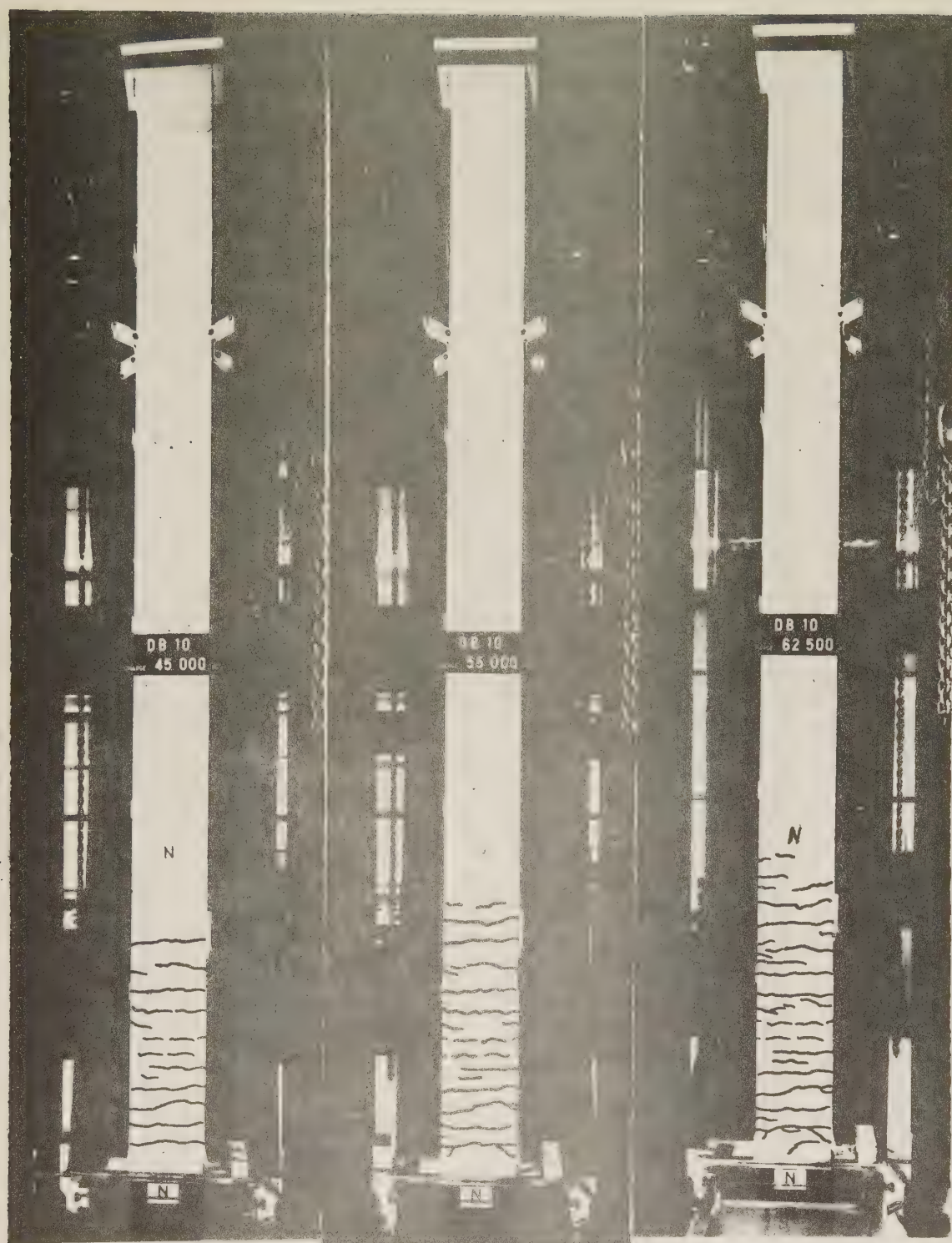


N = 45 t.

N = 55 t.

N = 62,5 t.

FIGURE 17 - EVOLUTION DE LA FISSURATION SUR LA FACE SUD
DU POTEAU DB₁₀ (ei/es = 1, es/h = 0,50 (RUPTURE à 65 tonnes)).

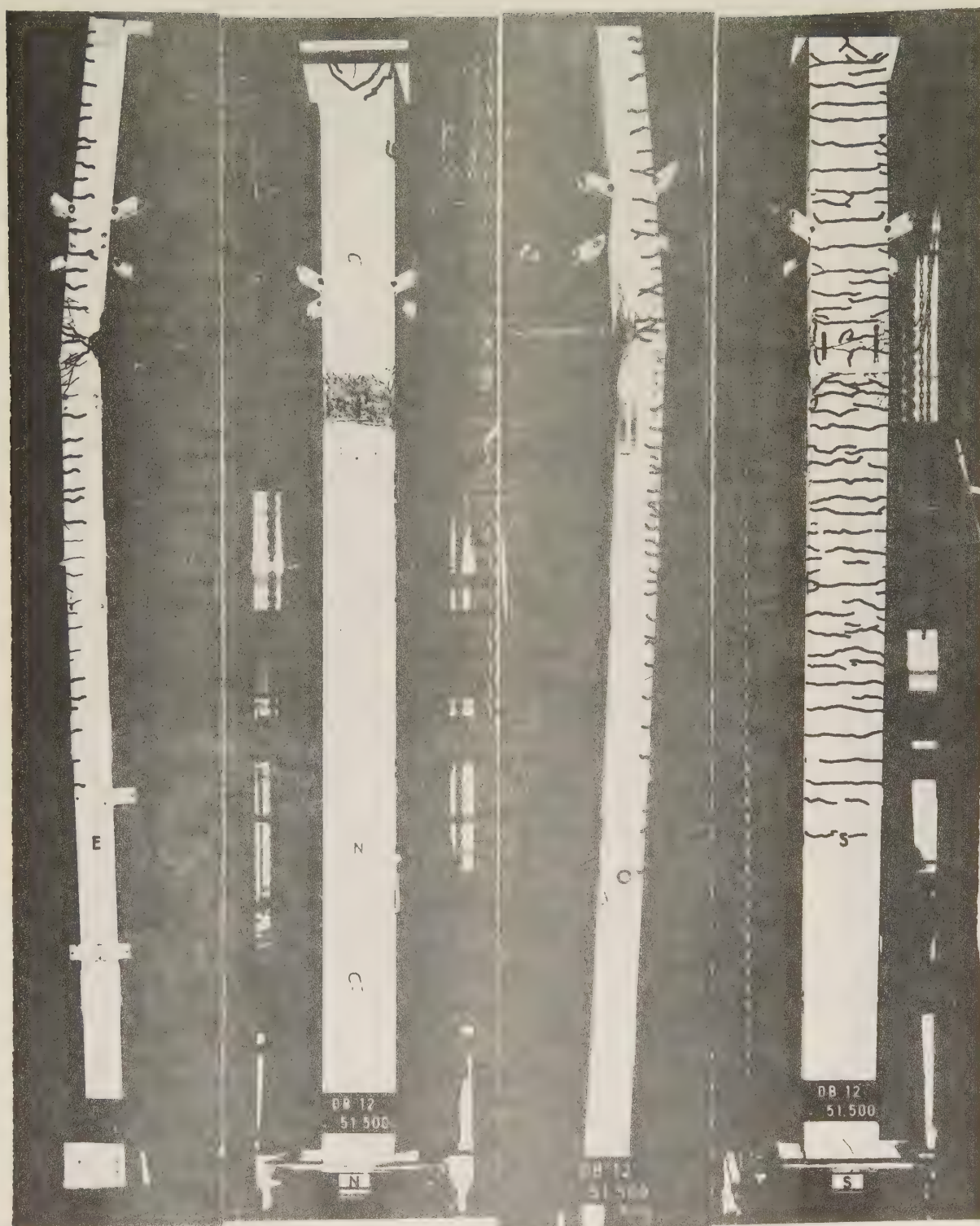


N = 45 t.

N = 55

N = 62,5 t.

FIGURE 18 - EVOLUTION DE LA FISSURATION SUR LA FACE NORD DU POTEAU DB₁₀ (et sa rupture à 65 tonnes).



EST

NORD

OUEST

SUD

FIGURE 19 - RUPTURE DU POTEAU DB₁₂ ($e_i/es = -0,50$, $es/ht = 0,50$)
SOUS LA CHARGE DE 51,5 tonnes.

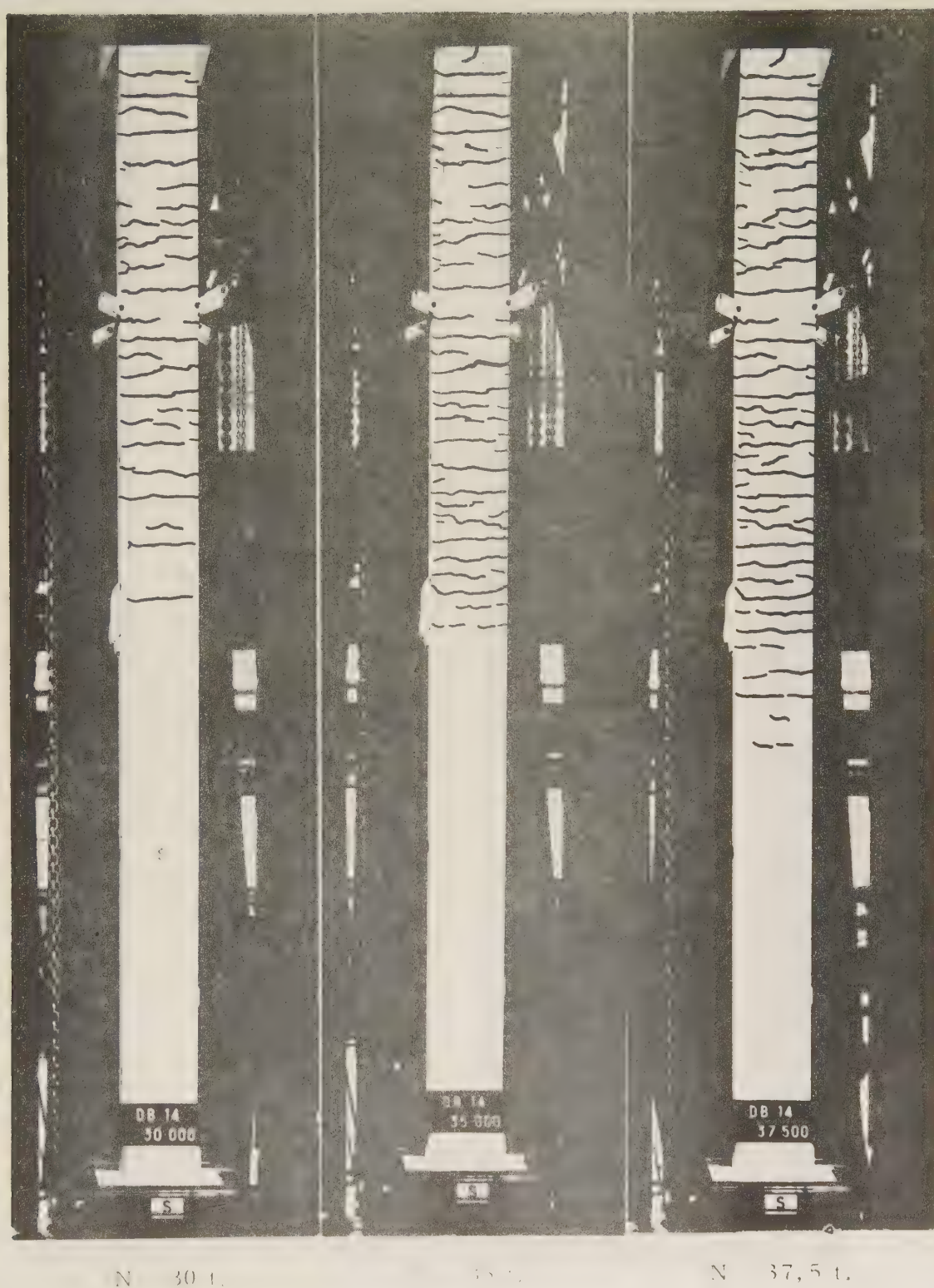
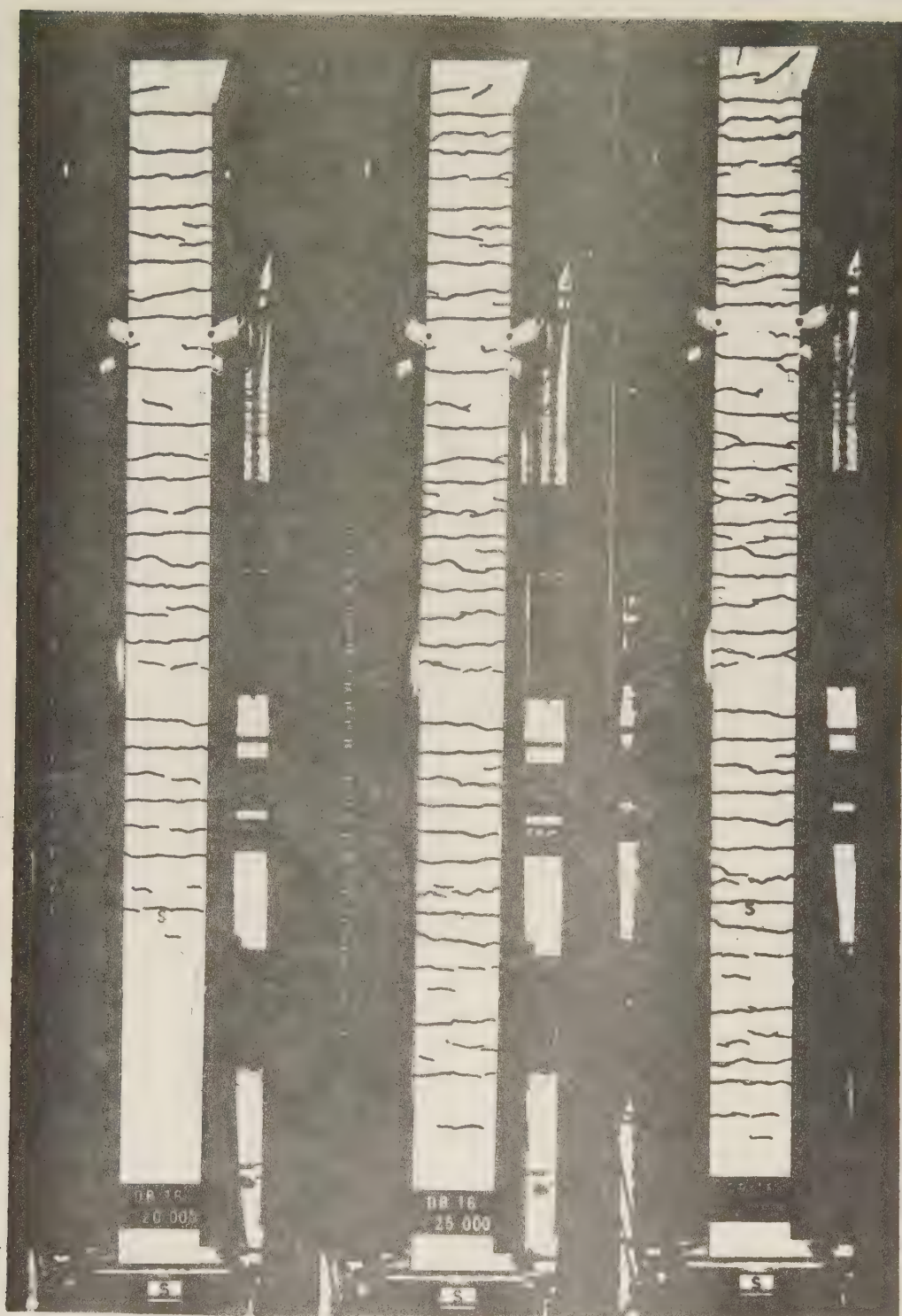


FIGURE 20 - EVOLUTION DE LA FISSURATION SUR LA FACE SUD
DU POTEAU DB₁₄ (ci/es = 0, es/lt = 0 - RUPTURE à 38,5 tonnes).



N = 20 t.

N = 25 t.

N = 27,5 t.

FIGURE 21 - EVOLUTION DE LA FISSURATION SUR LA FACE SUD DU POTEAU DB₁₆ (D₁₆ = 0,50 m, L₁₆ = 0,50 m) (RUPTURE à 29,5 t.

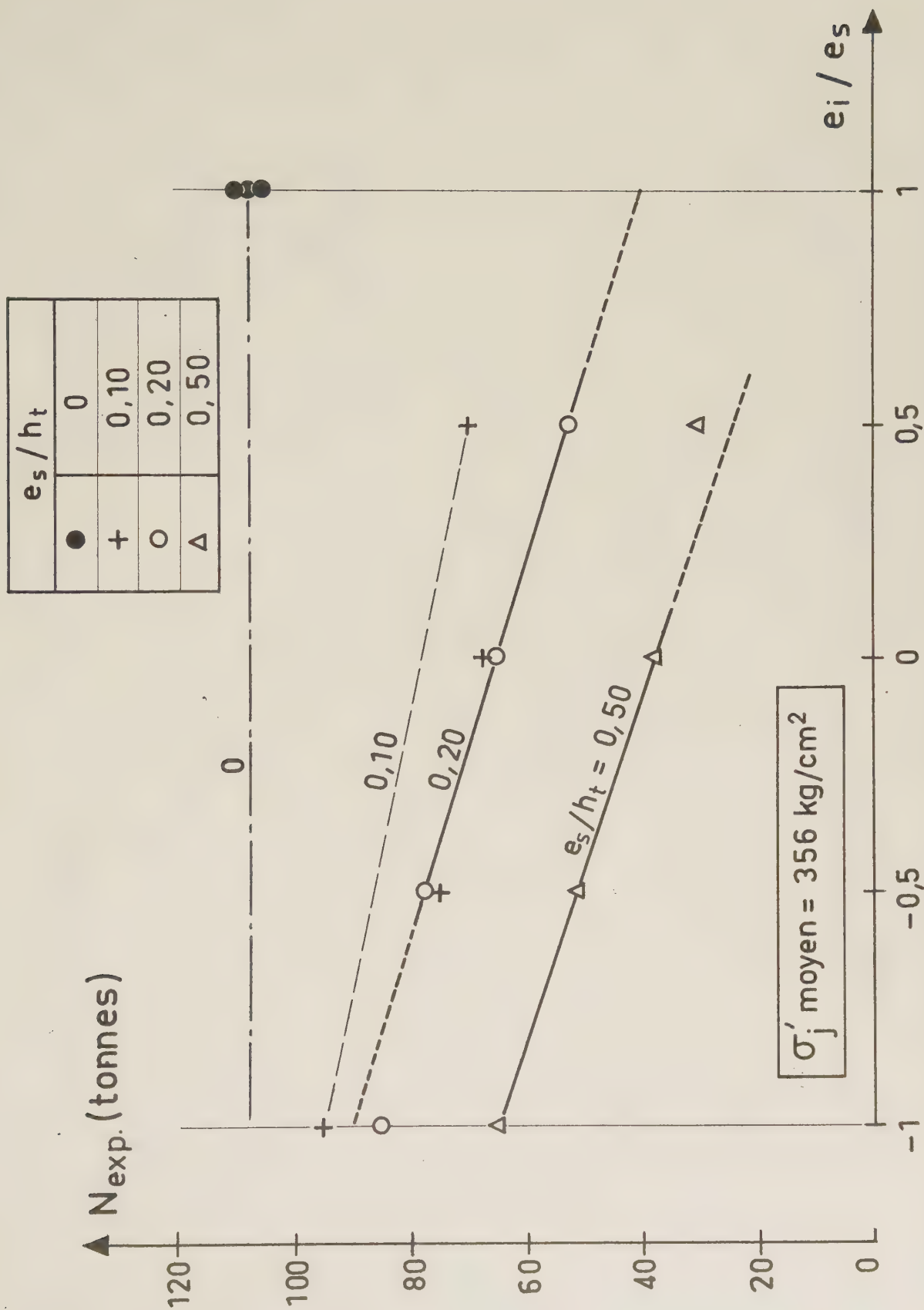


FIGURE 22.- REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA CHARGE DE RUPTURE EXPERIMENTALE EN FONCTION DE L'EXCENTRICITE RELATIVE e_i / e_s

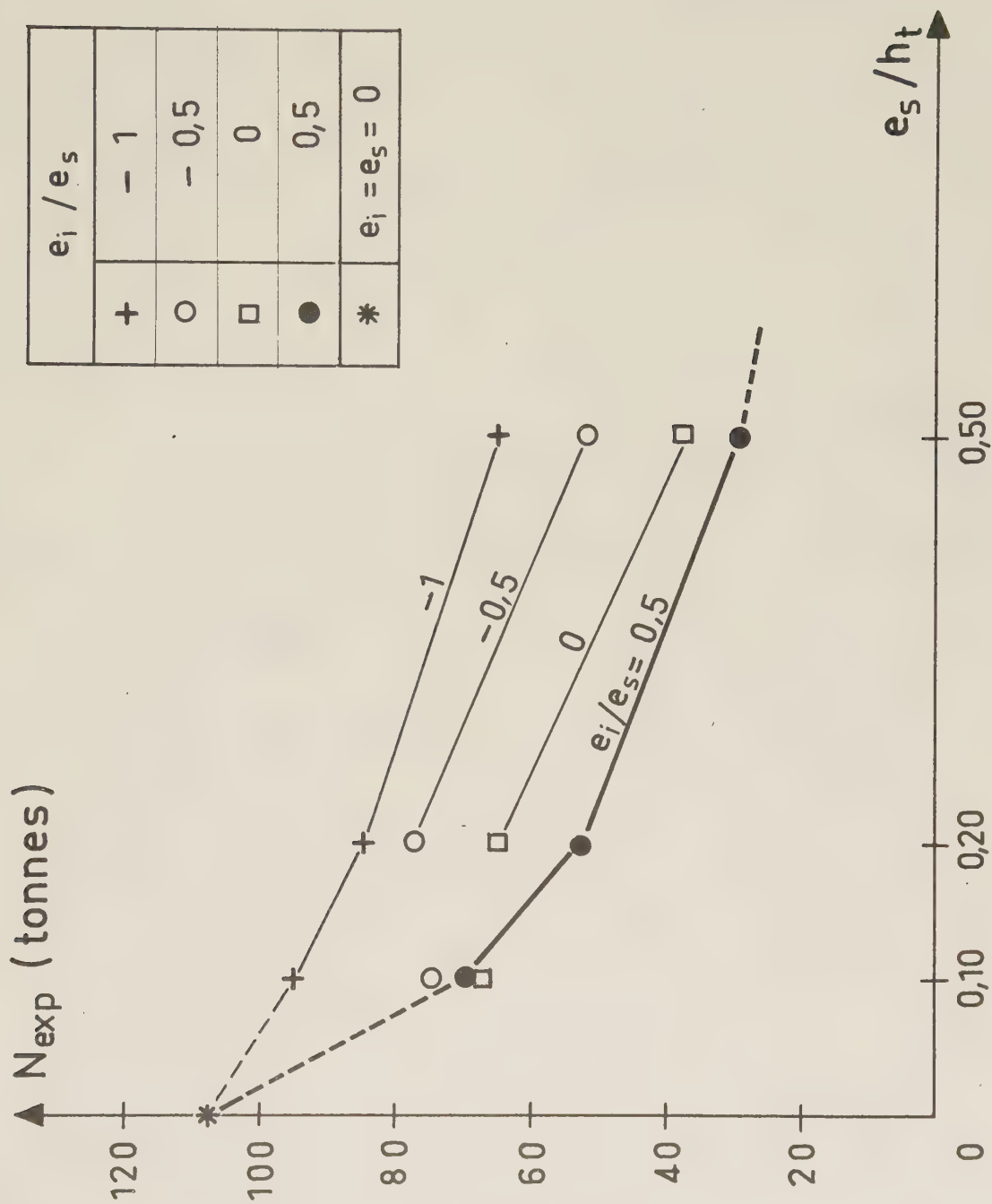


FIGURE 23- REPRESENTATION GRAPHIQUE DE LA CHARGE DE RUPTURE EXPERIMENTALE EN FONCTION DE L'EXCENTRICITE RELATIVE e_s/h_t .

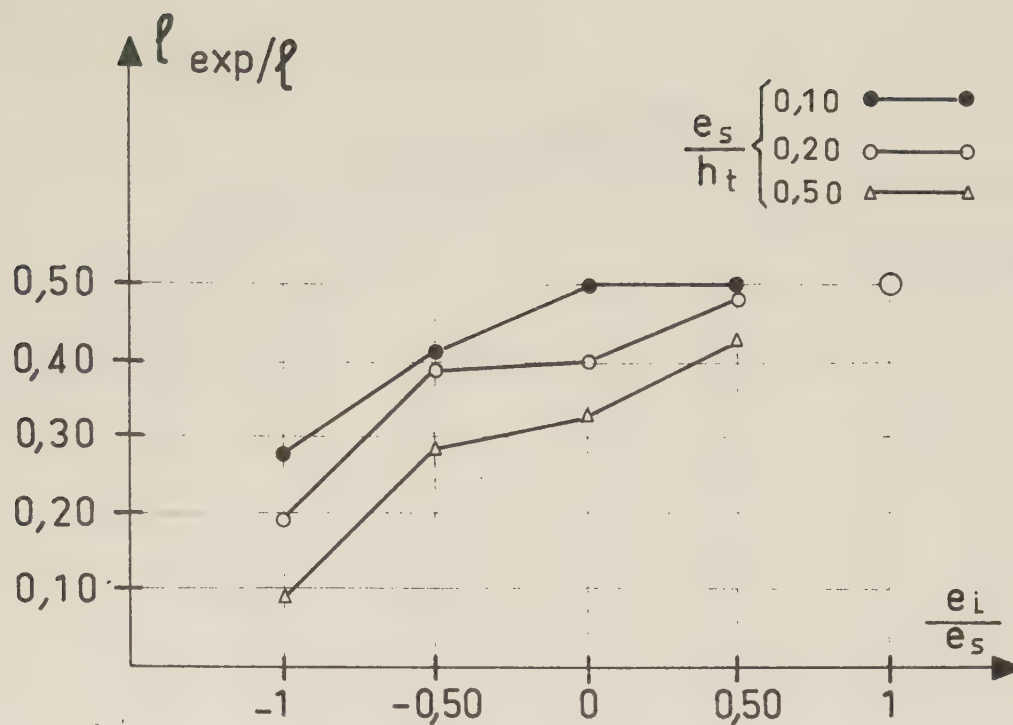


FIGURE 24 - REPRESENTATION GRAPHIQUE DE l_{exp}/l EN FONCTION DE e_i/e_s

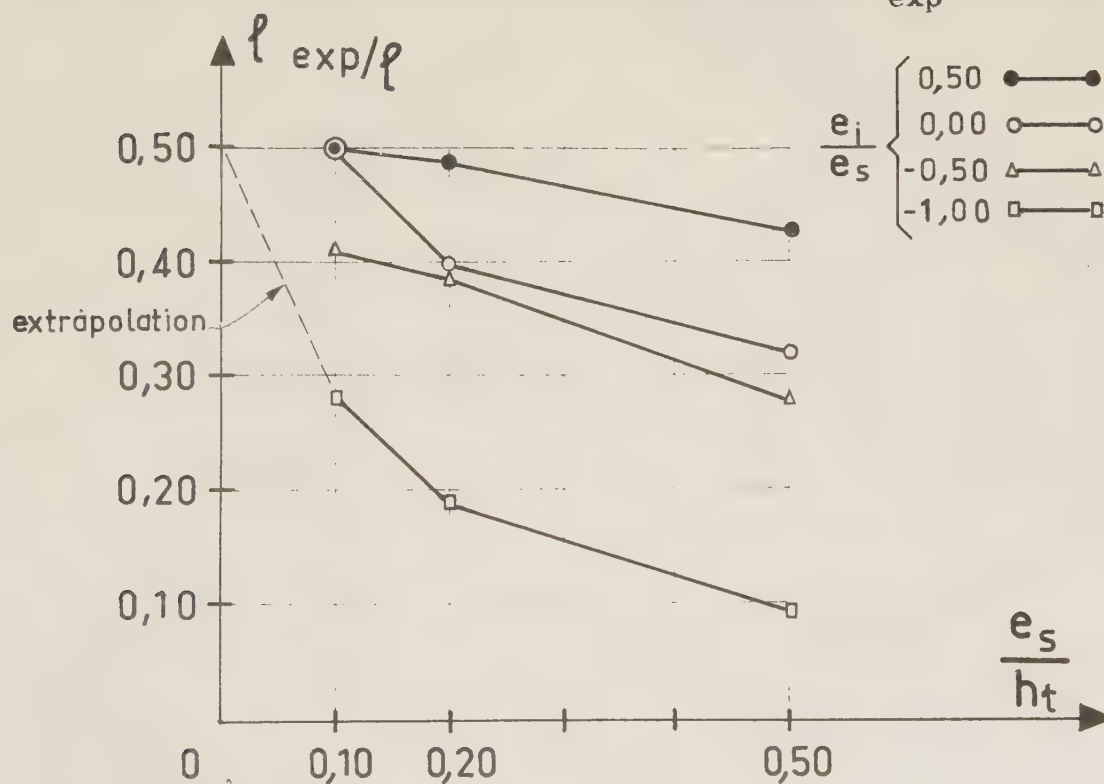


FIGURE 25 - REPRESENTATION GRAPHIQUE DE l_{exp}/l EN FONCTION DE e_s/h_t

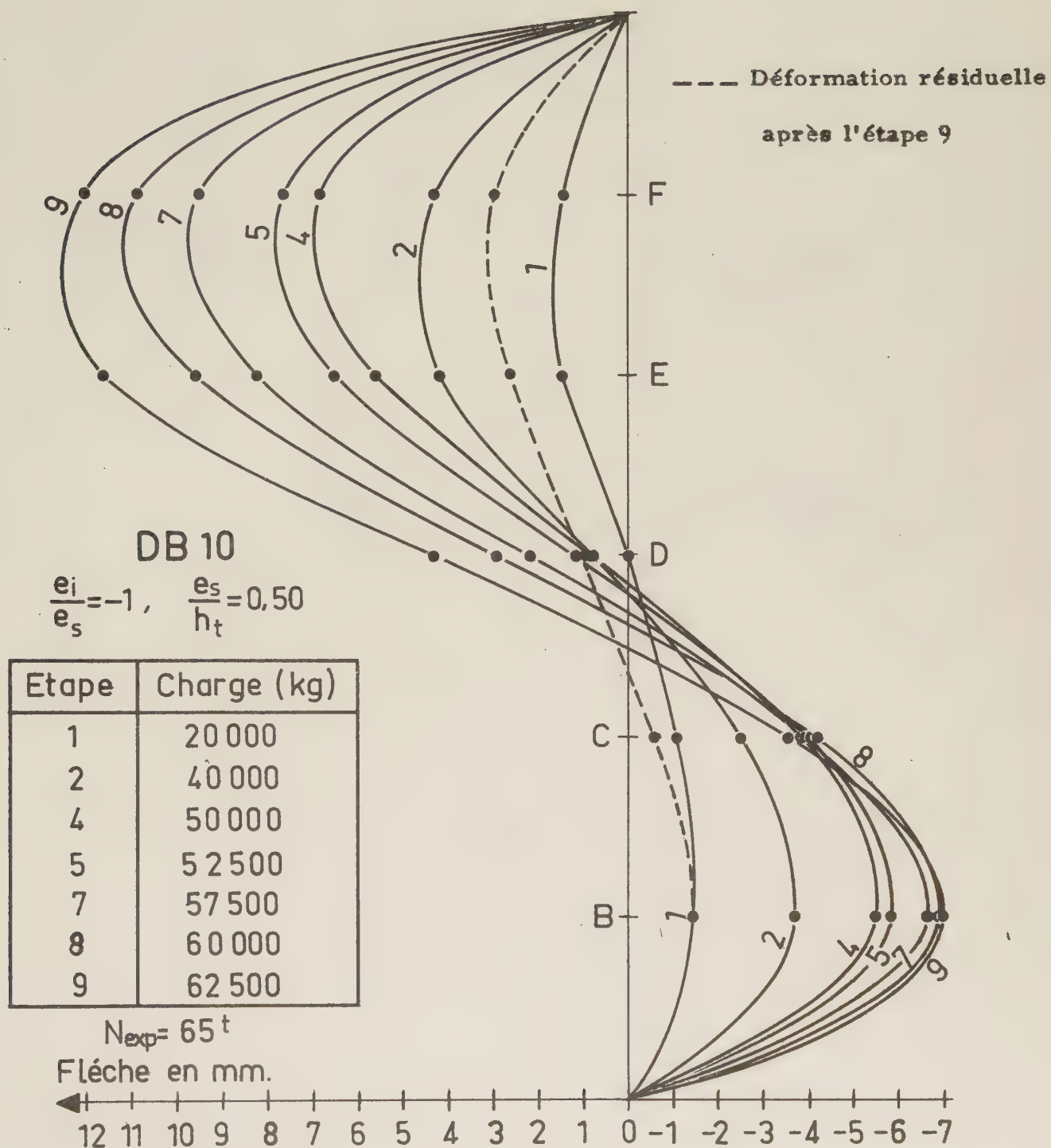


FIGURE 26 - EVOLUTION DE LA FLECHE DU POTEAU DB 10

DB 6

$$e_i/e_s = -0,50$$

$$e_s/h_t = 0,10$$

$$N_{exp} = 75\text{ t}$$

Etape	Charge
9	72,5 t

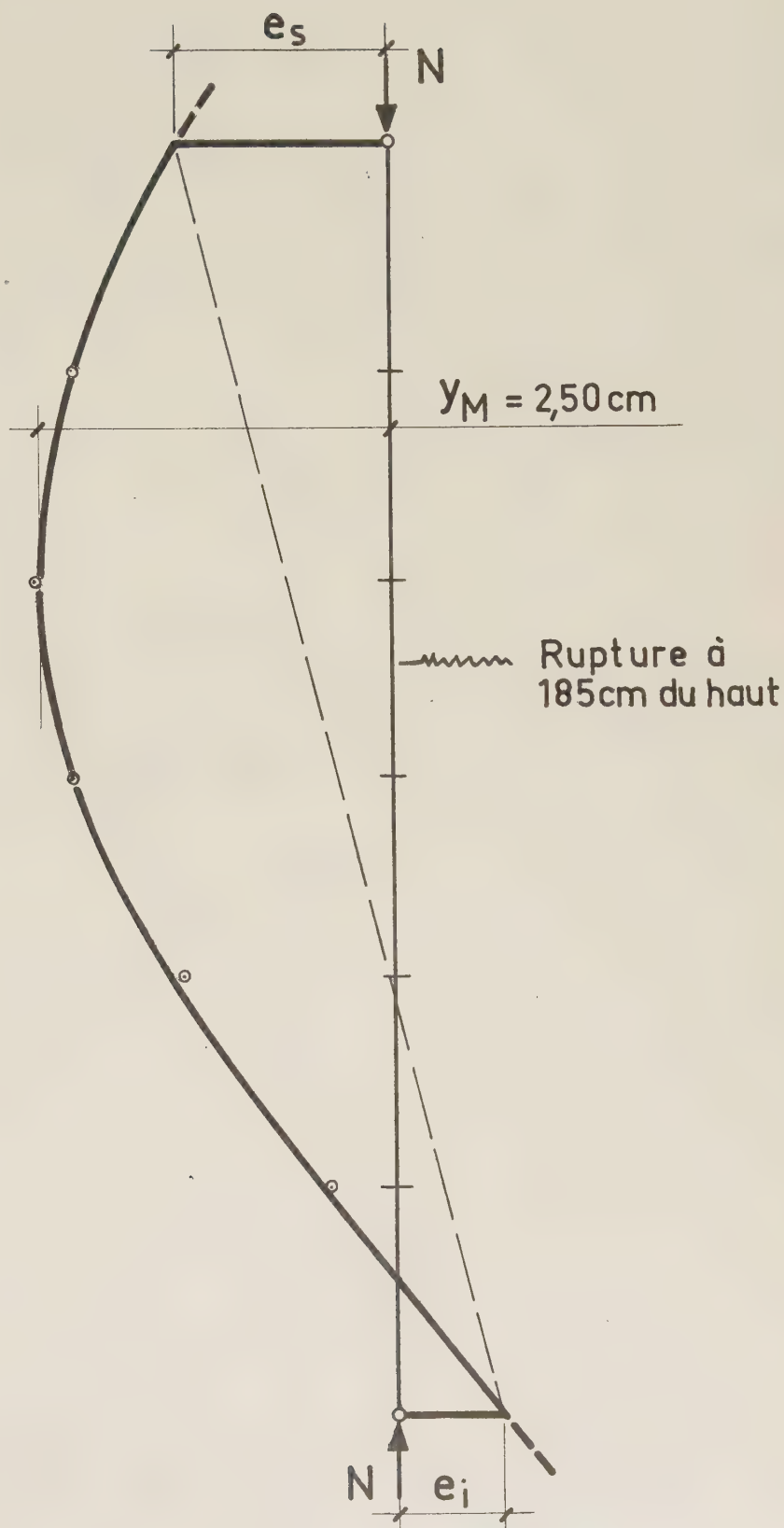


FIGURE 27 - Détermination graphique de l'amplitude maximale y_M pour le poteau DB6.

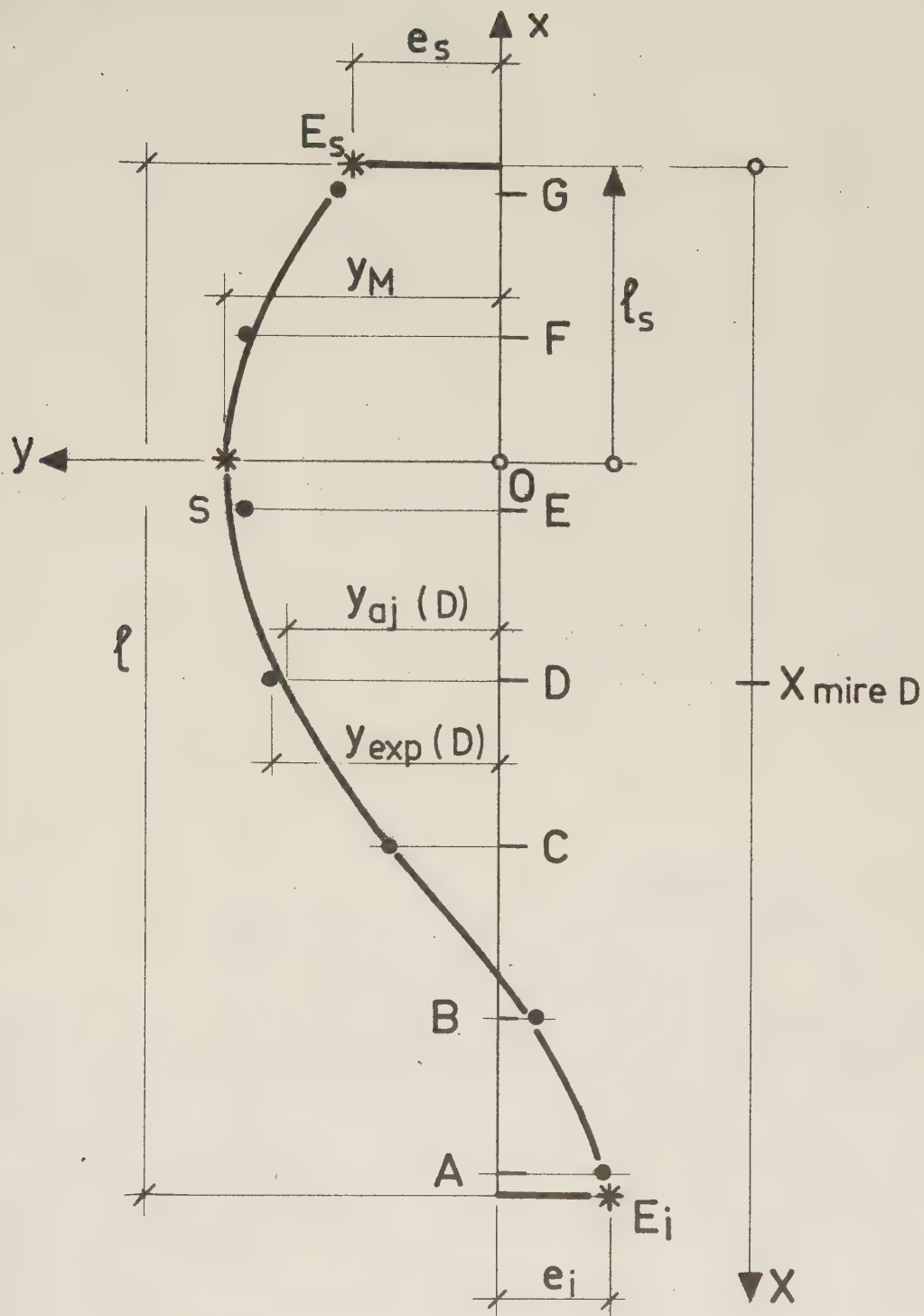
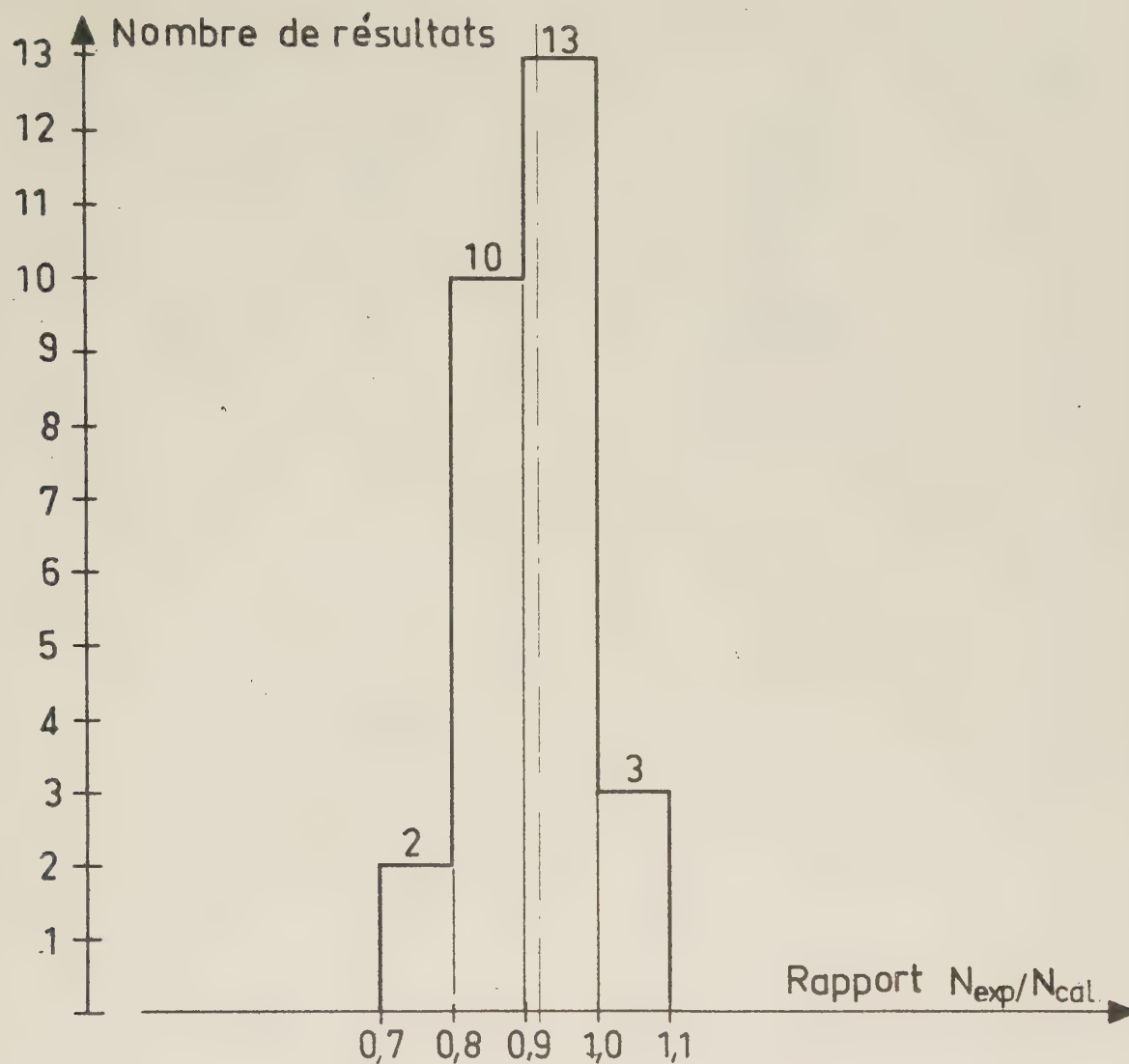


FIGURE 28 : EXCENTRICITES EXPERIMENTALES ET SINUSOÏDE
"AJUSTEE" (PASSANT PAR LES TROIS POINTS E_i , E_s , S).



Auteur	Nombre				Total	Moyenne	Coef. de var.
BAUMANN		2	1		3	0,915	—
MARTIN et OLIVIERI	2	2	2		6	0,863	6,4 %
MAC GREGOR et BARTER		1	2	1	4	0,946	—
MEHMEL			1	1	2	0,979	—
BOURGHILI		5	7	1	13	0,929	6,9 %
Total	2	10	13	3	28	0,919	6,7 %

FIGURE 29 - HISTOGRAMME DES RAPPORTS N_{exp}/N_{cal}



FIGURE 30 - INFLUENCE DE L'ELANCEMENT λ SUR LE RAPPORT $N_{exp}/N_{cal.}$

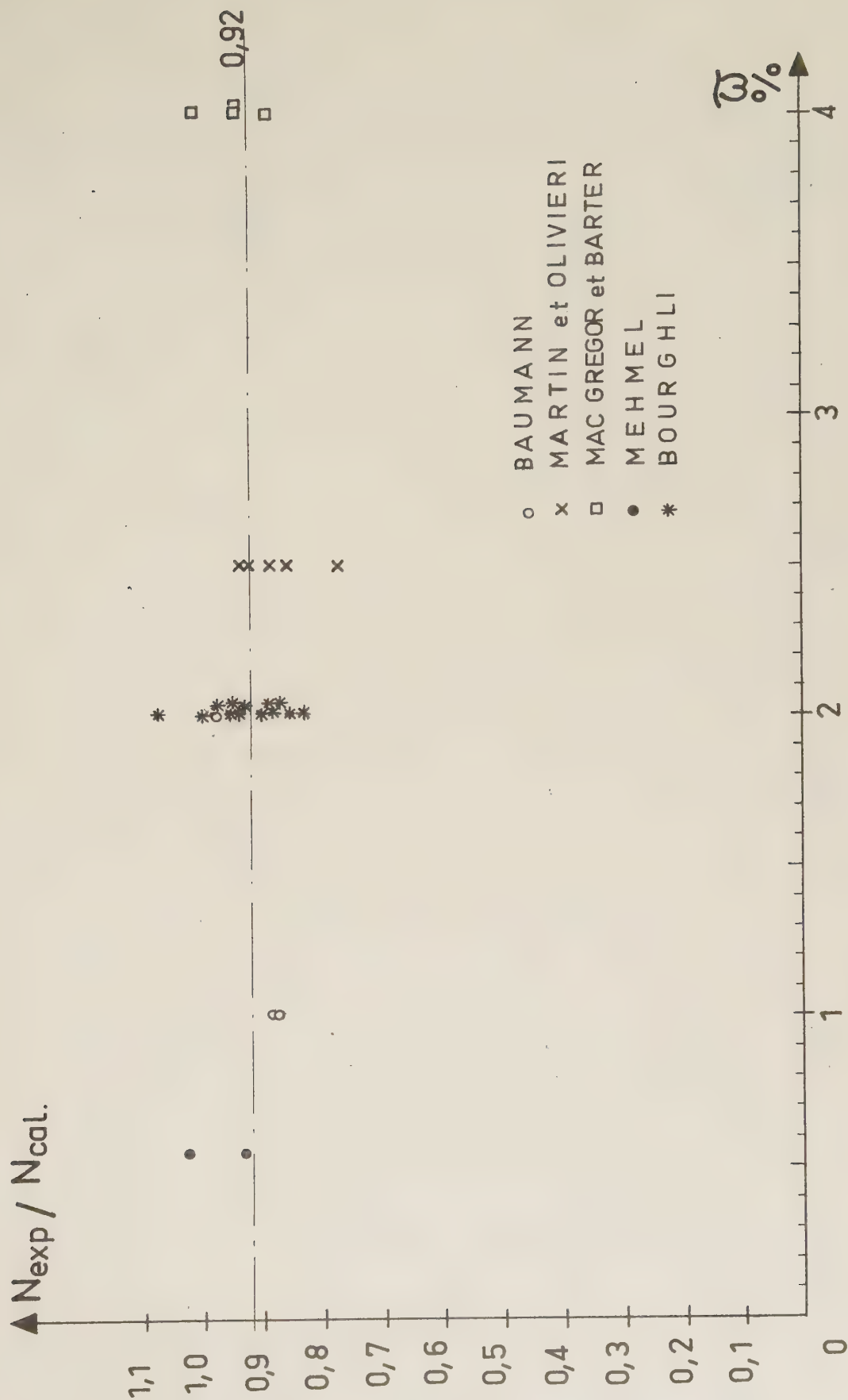


FIGURE 31 - INFLUENCE DU POURCENTAGE DES ACIERS $\bar{W}$ SUR LE RAPPORT N_{exp}/N_{cal} .

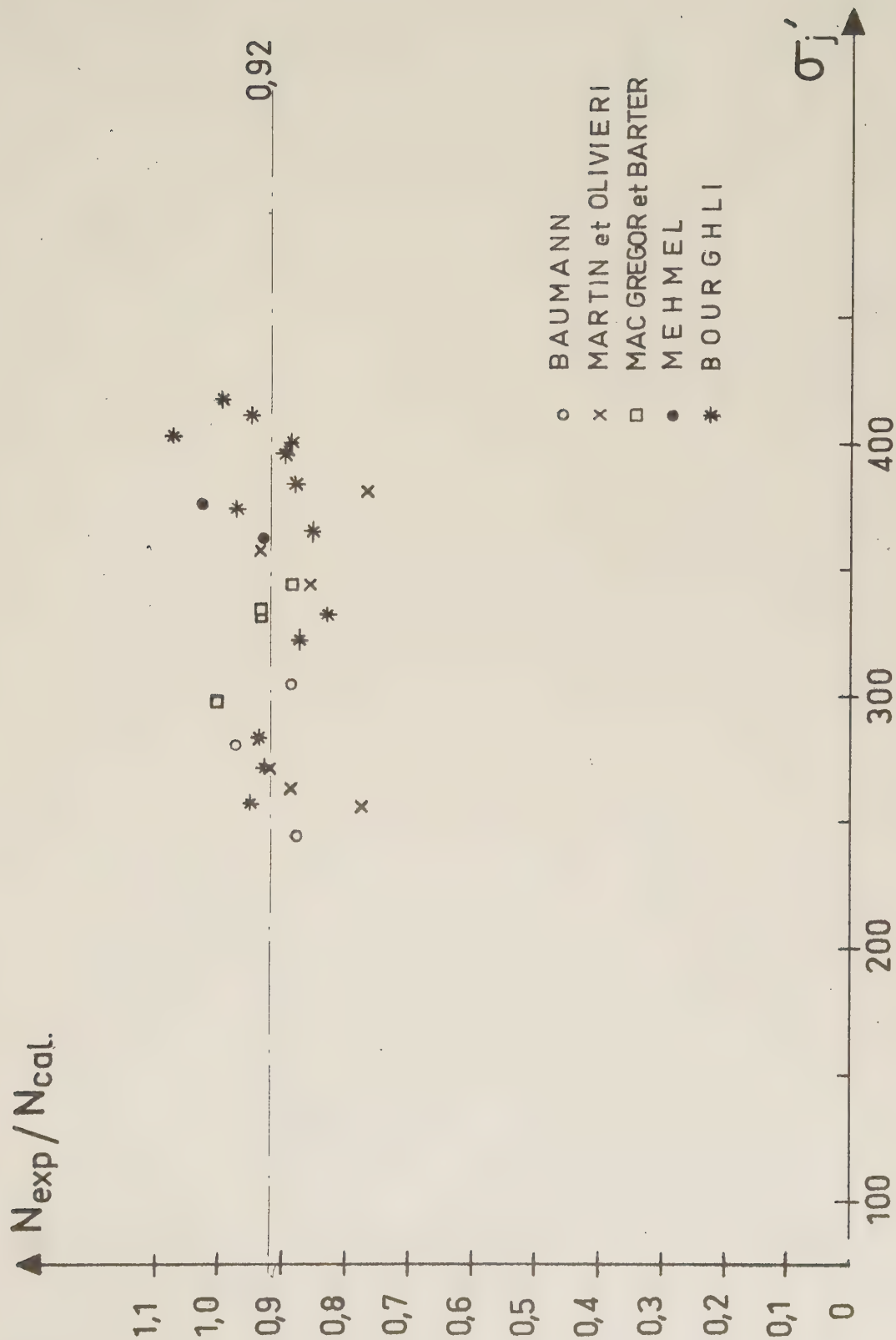


FIGURE 32 - INFLUENCE DE LA RESISTANCE DU BETON σ'_j SUR LE RAPPORT N_{exp}/N_{cal} .

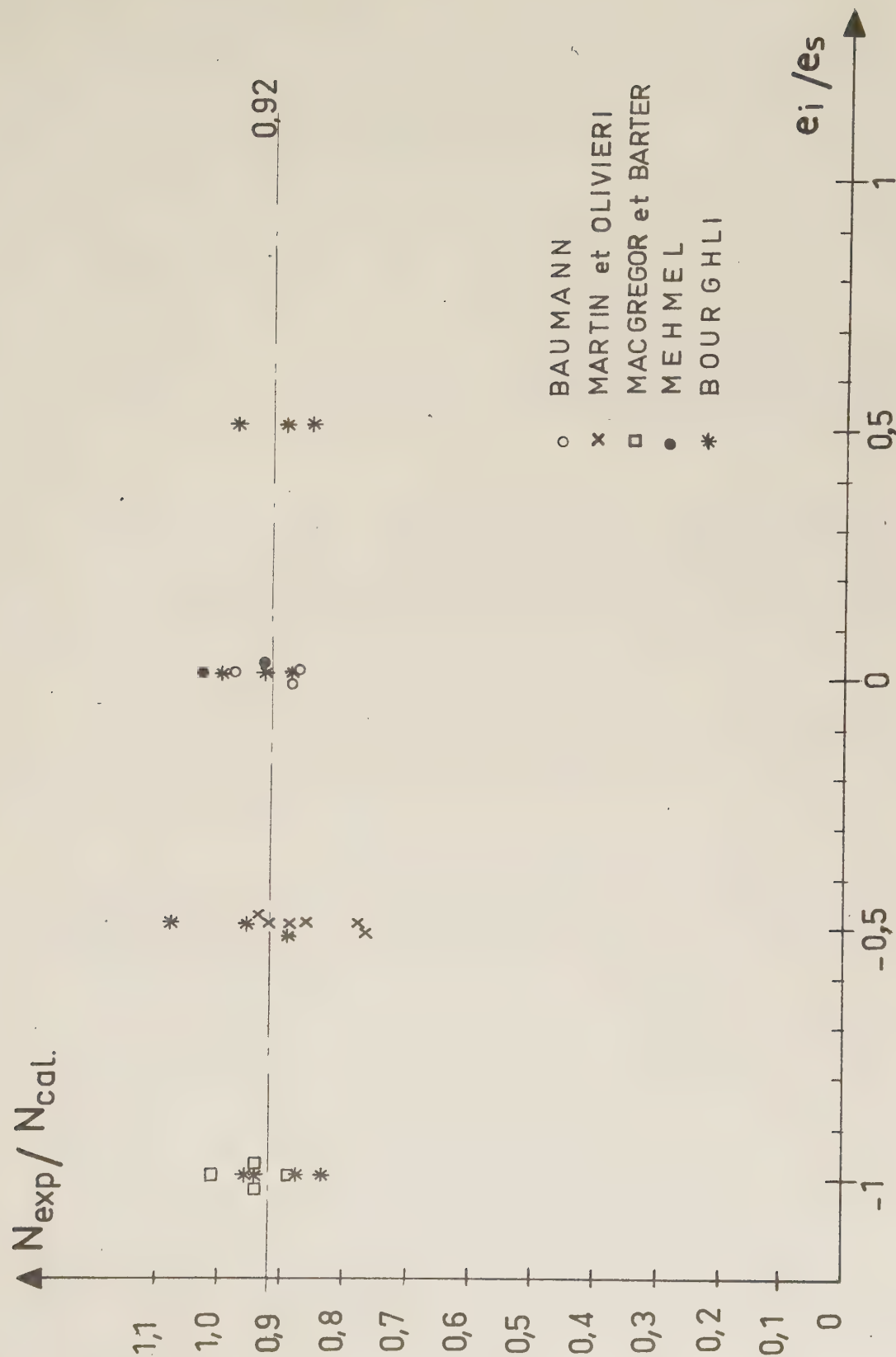


FIGURE 34 - INFLUENCE DU RAPPORT DES EXCENTRICITES e_i/e_s SUR LE RAPPORT N_{exp}/N_{cal} .

REMERCEMENTS.

J'adresse mes remerciements respectueux à MM. les professeurs SIESTRINCK et VICHNIEVSKY pour l'intérêt bienveillant qu'ils ont bien voulu accorder à ce travail.

J'exprime mes remerciements très sincères à Monsieur ROBINSON, Professeur à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et Directeur de l'I.R.A.B.A. qui m'a fait le grand honneur de m'accueillir dans son laboratoire et qui m'a guidé dans mon travail.

Je tiens à témoigner tout particulièrement ma reconnaissance à Monsieur POURE, Ingénieur du Service d'Etude des Structures, dont l'aide et les conseils m'ont été très précieux.

Je présente l'expression de ma sympathie la plus vive à tous mes camarades ingénieurs, ainsi qu'à tout le personnel du Centre d'Essais des Structures de St-Rémy-lès-Chevreuse.

Académie de Paris

UNIVERSITE de PARIS VI

II, Quai Saint Bernard - Paris 5

SERVICE DE LA SCOLARITE

Bureau des Enseignements du 3e Cycle

tél. 336.25.25 et 325.12.21

PERMIS D'IMPRIMER

DOCTORAT : DOCTEUR - INGENIEUR

THESE DE : /

NOM : BOURGHLI

Prénoms : AHMED YASSIN

né le 8. FEVRIER. 1940. à DAMAS. (SYRIE.) ~~deux~~

1ère THESE : " RECHERCHE SUR LE FLAMBEMENT DE POTEaux EN
. BETON ARME. SOUS CHARGES D'EXCENTRICITES DIFFERENTES AUX DEUX
. EXTREMITES. "

2e THESE (Propositions faites par l'Université) :

